

---

**1. Ueber die Spectra der Gase in Geißler'schen  
Röhren; von A. Wüllner.**

Fortsetzung aus Bd. CXLIV, S. 481.

(Der Naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen auszüglich mitgetheilt in der Junisitzung 1872.)

Die Entstehung der Spectra verschiedener Ordnung.

48.

Um die Erscheinung, daß ein und dasselbe Gas in den Geißler'schen Röhren ganz verschiedene Spectra, Bandenspectrum, Linienspectrum und ein ganz continuirliches Spectrum liefern kann, verstehen zu können, und besonders um die Frage entscheiden zu können, ob man zur Erklärung dieser Erscheinung eine Veränderung des Emissionsvermögens annehmen muß, bedarf es zunächst einer genaueren Untersuchung der Umstände, unter denen die verschiedenen Spectra sich bilden. Wie die Versuche von Plücker und Hittorf, sowie meine eigenen ergeben haben, tritt das als Spectrum I. Ordnung bezeichnete Bandenspectrum, bei den Gasen, welche ein solches zeigen, im allgemeinen auf, wenn der einfache Inductionsstrom durch eine Spectralröhre hindurchgeht, welche die Gase unter geringem Drucke enthält, das als Spectrum II. Ordnung bezeichnete Linienspectrum, wenn man bei etwas vermehrtem Drucke in den Inductionsstrom gleichzeitig eine Leydener Flasche einschaltet, oder die Entladungen einer Flasche durch die Röhre sendet, und schliesslich

das continuirliche Spectrum, wenn man bei hohem Drucke die Leydener Flasche durch das in der Spectralröhre eingeschlossene Gas entladet.

Von der Ansicht ausgehend, daß die Einschaltung der Flasche den plötzlichen Durchtritt großer Elektrizitätsmengen bedinge, glaubte Plücker, daß das Linienspectrum der Gase einer höheren Temperatur angehöre, eine Ansicht, der ich mich um so mehr angeschlossen, als ich fand, daß man durch die Flaschenentladungen bei hohem Drucke das ganz continuirliche Spectrum erhalten konnte, welches unzweifelhaft der höchsten Temperatur entspricht. Die Richtigkeit dieser Auffassung wurde mir indeß zweifelhaft, als ich bei den kohlehaltigen Gasen stets wieder, wie schon früher bei dem Stickstoff fand, daß auch ohne Flasche bei gewissen Drucken des Gases das Linienspectrum auftrat, und daß das Auftreten desselben durch eine bei wachsenden Drucken sich zeigende Verminderung der Helligkeit des Bandenspectrums eingeleitet wurde, ein Umstand, der entschieden auf eine Erniedrigung der Temperatur hindeutete. Den daraus sich scheinbar ergebenden Schluß zu ziehen, daß das Linienspectrum einer niedrigeren Temperatur angehöre, dagegen sprach indeß die Beobachtung, daß bei Sauerstoff und Stickstoff das Linienspectrum zum Theil oder ganz sichtbar blieb, als auch bei den höchsten Drucken die Entladungen der Flasche angewandt wurden, aus deren großen Lichtstärke sich ergab, daß die Gase jedenfalls eine sehr hohe Temperatur besaßen. Es blieb bei Sauerstoff im grünen, blauen und violetten das Linienspectrum selbst als im rothen und gelben das Spectrum in das ganz continuirliche übergegangen war, und bei den Verbindungen von Kohle und Sauerstoff waren die blauen Linien des Sauerstoffspectrum auf dem sehr hellen und ganz continuirlichen Spectrum zu sehen. Alles das führt vielmehr zu der Vermuthung, daß das Bedingende der verschiedenen Spectra nicht die Verschiedenheit der Temperatur der in die Röhren eingeschlossenen Gase ist. Dafür sprechen

auch einige Versuche, welche ich schon im vorigen Jahre angestellt habe, um über die Temperaturverhältnisse der Gase in den Spectralröhren Aufschluss zu erhalten. Zu diesen Versuchen benutzte ich ein Spectralrohr mit Manometer in der Bd. 137 dieser Annalen beschriebenen Form, in dessen capillaren Theil ein Thermoelement aus Platin-Palladium eingefügt war, so daß die Löthstelle, respective die Stelle, an welcher die beiden Metalle durch eine Schleife fest mit einander verbunden waren, sich gerade in der Mitte des capillaren, dort etwas erweiterten Theiles der Spectralröhre befand. Der Inductionsstrom wurde dann jedesmal 5 Secunden durch die Röhre geleitet und der dann entstandene Thermostrom beobachtet. Durch vorläufige Versuche war constatirt worden, daß in dieser Zeit eine störende Erwärmung des Glases noch nicht eintrat, indem nach Unterbrechung des Stromes die Nadel des Galvanometers nach einigen Schwankungen in die Gleichgewichtslage zurückkehrte. Da der Apparat sehr bald an der Stelle, wo das Thermoelement eingeschmolzen war, entzwei brach, konnten nur wenige Versuche mit demselben ausgeführt werden, bei welchen die Röhre mit Luft gefüllt war. Die Versuche ließen deutlich erkennen, daß bei Drucken von 300<sup>mm</sup> bis 400<sup>mm</sup> die Thermoströme schwächer waren, wenn in den Inductionsstrom eine Flasche eingeschaltet war, als wenn derselbe direct hindurchging, erst bei höhern Drucken, 600<sup>mm</sup> und weiter, wurde das Thermoelement mit Anwendung der Flasche stärker erwärmt als ohne dieselbe. Da nun das Thermoelement jedenfalls um so stärker erwärmt wurde, je höher die mittlere Temperatur des Gases in Folge der Entladungen war, so gestatteten die Versuche den Schluss, daß die mittlere Temperatur des Gases bei demselben Druck keineswegs immer höher ist, wenn die Entladungen der Flasche durch die Röhre gehen, als wenn der Strom ohne Flasche dieselbe durchsetzt. Weiter wird dadurch der vorhin schon gezogene Schluss bestätigt, daß das Auftreten des Linienspectrums weder durch eine nie-

drigere Temperatur des in der Röhre eingeschlossenen Gases bestimmt ist, noch durch eine höhere, daß man also das Auftreten der verschiedenen Spectra nicht einfach auf Temperaturdifferenzen zurückführen kann.

## 49.

Die vorhin schon erwähnte Beobachtung, daß man unter gewissen Umständen in dem Licht der in die Geißler'schen Röhren eingeschlossenen Gase gleichzeitig das Bandenspectrum und das Linienspectrum sieht, führt zu der Anschauung, daß es nicht dieselben Gastheile sind, welche das eine und welche das andere Spectrum geben, daß gewisse Theile das Bandenspectrum geben, andere das Linienspectrum. Zu derselben Anschauung führt eine nähere Ueberlegung der Art und Weise, wie die Electricität zwischen den Elektroden übergehen kann. In der Luft besteht bekanntlich der zwischen den Enden einer Inductionsspirale überspringende Funke aus zwei Theilen, dem eigentlichen Funken und der sogenannten Lichthülle. Läßt man den Inductionsstrom durch verdünnte Gase gehen, so wird der Funke schwächer und bei einer gewissen Verdünnung, wie sie im elektrischen Ei hergestellt wird oder in den großen Röhren des Hrn. Dr. Geißler, zeigt sich gar kein Funke mehr, sondern nur die Lichthülle. Da nun mit steigendem Drucke, von einem gewissen Drucke an, bei dem Stickstoff und andern Gasen, beide Spectra beobachtet wurden, lag die Vermuthung nahe, daß das Linienspectrum jenes des Funkens, das Bandenspectrum dagegen jenes der Lichthülle sey. Auf diesen Umstand hat gelegentlich bei Besprechung der Plücker'schen Beobachtungen schon Ängström hingewiesen (*Spectre solaire* 1869) und daraus ein Argument gegen die Richtigkeit der Plücker'schen Annahme, daß der Stickstoff zwei Spectra besitze, hergeleitet. Es lag mir daher zunächst daran zu constatiren, ob in der That das Linienspectrum nur auftritt, wenn in den Röhren sich der eigentliche Funke ausbildet und das Bandenspectrum, wenn der Funke



sich nicht bildet. Ich habe zu dem Zwecke in Verbindung mit Hrn. Dr. Winkelmann, welcher in meinem Laboratorium mit physikalischen Arbeiten beschäftigt ist, eine Anzahl Versuche angestellt. Die Entladungen des Inductionsstromes wurden durch eine Geißler'sche Röhre gesandt, welche überall eine lichte Weite von etwa 2 Centimeter besaß, und in welcher die Elektroden 7,5 Cent. von einander entfernt waren. Ich wählte an Stelle der sonst üblichen Spectralröhren eine so weite Röhre, um den allenfallsigen Einfluß der capillaren Röhren auf die Entladungen zu vermeiden und die Entladungen von allen sonstigen Einflüssen befreit, durch ausgedehnte Gasmassen führen zu können. Die Röhre war, wie die früher von mir benutzten Spectralröhren, mit seitlichen Ansatzröhren versehen, in welcher sich Glashähne befanden; das eine dieser Ansatzrohre war nach Zwischenschaltung zweier etwa 4 Decimeter langer mit wasserfreier Phosphorsäure gefüllter Röhren mit dem Gasometer, welches die zu untersuchenden Gase enthielt, das andere durch angekittete Glasröhren mit der Geißler'schen Quecksilberluftpumpe in Verbindung gesetzt. Die Mitte der Röhre befand sich vor dem Spalt des Spectrometers. Neben der Röhre befand sich ein rotirender Spiegel, in welchem die Entladungen, welche die Röhre durchsetzten, analysirt und ihrer Art nach erkannt werden konnten. Es konnte so gleichzeitig das Spectrum des in der Röhre auftretenden Lichtes und die Art der stattfindenden Entladung bestimmt, und so erkannt werden, welches Spectrum der einen, welches der andern Entladungsart angehörte. Die Versuche wurden durchgeführt mit Stickstoff, resp. Luft, Wasserstoff und Sauerstoff.

#### I. Luft.

##### 50.

Nachdem die Röhre durch lange fortgesetztes Hindurchsaugen trockner Luft vollständig ausgetrocknet war, wurde die Luft bis auf 5<sup>mm</sup> Druck ausgepumpt und der

Strom des Inductionsapparates hindurchgesandt. Sowohl der Oeffnungs- als der Schließungsstrom gingen durch die Röhre, denn beide Elektroden waren mit negativem Glimmlicht bedeckt, und die Röhre schien ganz mit röthlichem Lichte ausgefüllt. Im rotirenden Spiegel erschien die Entladung absolut continuirlich, es war keine einzige Partialentladung zu unterscheiden; das jedem Strome entsprechende Lichtfeld war nahezu gleichmäfsig hell, und Oeffnungs- und Schließungsstrom folgten unmittelbar aufeinander. Das jedem einzelnen Strome entsprechende Licht reichte von der positiven Elektrode bis etwa  $\frac{3}{4}$  der Röhre, und war von der negativen Elektrode durch einen dunklen Zwischenraum getrennt. In der Mitte der Röhre griffen beide Ströme übereinander, und auch ohne rotirenden Spiegel war dieses Uebereinandergreifen durch gröfsere Helligkeit zu erkennen.

Der Spalt des Spectrometers war gerade auf diesen mittleren hellen Theil gerichtet; das Spectrum war das vollständig ausgebildete in allen seinen Schattirungen schön erkennbare Bandenspectrum des Stickstoffs.

Eine Verstärkung des Druckes bis auf 30<sup>mm</sup> ändert an dem Aussehen der Röhre und der Art der Entladung nichts wesentliches, die Lichtstärke nimmt ab, und im Spectrum erscheinen die rothen und gelben Partien schon merklich geschwächt. Bei dem Drucke von 30<sup>mm</sup> gehen noch beide Ströme durch die Röhre, der Schließungsstrom indeß schon schwächer als der Oeffnungsstrom; eine Discontinuität in den einzelnen Strömen läßt sich auch in dem sehr rasch rotirenden Spiegel noch nicht erkennen, nur sind die Lichtfelder im Beginne der Entladung etwas heller.

Das gleichzeitige Einschalten einer Leydener Flasche hat einen kaum merklichen Einfluß, nur geht der Schließungsstrom jetzt wieder stärker durch die Röhren. Im rotirenden Spiegel beginnt das jeder Entladung entsprechende Lichtfeld mit einem helleren Raum, welcher sich bei sehr rascher Rotation in etwa fünf einzelne Licht-

streifen auflöst; diese Lichtstreifen entsprechen Partialentladungen, sie sind indeß nicht Funkenentladungen, da ihre Breite im rotirenden Spiegel von der Rotationsgeschwindigkeit abhängt, und da ihre Farbe mit derjenigen des ganzen Lichtfeldes übereinstimmt. Das Spectrum des Lichtes ist unverändert das Bandenspectrum des Stickstoffs.

Bei weiterer Zunahme des Druckes füllt das Licht nicht mehr die ganze Röhre aus, sondern zieht sich mehr um die Axe der Röhre zusammen, das Licht wird schwächer und etwa bei 50 bis 60<sup>mm</sup> Druck sieht man im Spectrum wesentlich nur mehr die blauen und violetten Partien. Bei 50<sup>mm</sup> Druck liefs sich das Durchgehen des Schließungsstromes noch erkennen.

Bei einem Drucke von 85<sup>mm</sup> geht der Strom nur mehr als ein schmaler Lichtcylinder in der Axe der Röhre über; das Licht im rotirenden Spiegel beginnt mit einem helleren Raume, der bei rascher Rotation der Spiegel sich in drei verbreiterte Streifen von gleicher Farbe wie das übrige Licht auflöst. Im Spectrum sind nur die blauen und violetten Cannelirungen noch deutlich zu sehen, vor denselben ein schwaches verwaschenes Lichtfeld.

Bei diesem Drucke brachte das Einschalten der gröfseren in meiner vorigen Mittheilung erwähnten Leydener Flasche sofort Funkenentladung. Man unterschied im rotirenden Spiegel zwei Funken, welche durch ihre weisse Farbe und dadurch, dafs auch die rascheste Rotation sie immer als scharfe Lichtlinien erscheinen liefs, als eigentliche Funken erkannt wurden; der erste Funke ging als gerade Linie durch die Röhre, der zweite als Zickzack. Auf den zweiten Funken folgte eine schwache continuirliche Entladung, welche auch ohne rotirenden Spiegel als Lichthülle gesehen werden konnte. Im Spectrum erschienen sofort Linien des zweiten Stickstoffspectrums und zwar deutlich erkennbar die hellsten Linien der grünen Liniengruppen; die schwächeren Linien dieser Gruppen, sowie jene im blau und violett, waren noch nicht sichtbar, ebenso nicht die im rothen und gelben. Die Linien erschienen

gleichzeitig mit den Resten des Bandenspectrums, einem verwaschenen grünen Felde und den wenig hellen blauen und violetten Cannelirungen. Bis zu einem Drucke von etwa  $140^{\text{mm}}$  bleibt die Erscheinung wesentlich dieselbe, nur verschwindet bei Anwendung der Leydener Flasche die Lichthülle und der Funke wird heller. Dem entsprechend zeigt sich bei  $140^{\text{mm}}$  Druck als Spectrum des Funkens ein vollständig ausgebildetes sehr helles Linienspectrum des Stickstoffs.

Bei  $160^{\text{mm}}$ ,  $180^{\text{mm}}$  Druck ist die Entladung ohne Flasche noch im wesentlichen dieselbe, nur scheint sich bei dem letztern Drucke die Funkenentladung zuweilen ausbilden zu wollen; im rotirenden Spiegel bildet nämlich zuweilen eine schmale Lichtlinie den Beginn des Lichtfeldes, welche indeß durch ihre röthliche Farbe von dem eigentlichen Funken noch verschieden ist. Die Lichtstärke der Entladung ist so gering, daß im Spectrometer kaum mehr als die hellsten Stellen der violetten Cannelirungen sichtbar sind. Die Entladungen der Flasche waren bei diesen Drucken nicht mehr durch die Röhre hindurchzuführen.

Wurde der Druck bis auf  $200^{\text{mm}}$  gesteigert, so traten zuweilen eigentliche Funkenentladungen auf, im rotirenden Spiegel als scharfe, weiße Lichtlinien zu erkennen; auf die Funkenentladung folgt stets noch ein continuirlicher Uebergang der Elektrizität, welche auch ohne rotirenden Spiegel als Lichthülle sichtbar ist. Im Spectrometer sieht man schwache Reste des Bandenspectrums und auf denselben im Grün die hellsten Linien der grünen Gruppen des Linienspectrums.

Mit steigendem Drucke wird die Funkenentladung regelmäßiger und heller, die Lichthülle immer schwächer; bei  $220^{\text{mm}}$  erscheinen auch schon die hellsten blauen Linien des Linienspectrums zwischen den schwachen Resten der Cannelirungen; bei  $280^{\text{mm}}$  Druck erscheinen die Cannelirungen nur zuweilen mehr, dagegen ist das Linienspectrum vom gelben bis zum violetten ziemlich vollständig ausgebildet. Im rotirenden Spiegel erscheinen bei jeder

Entladung mehrere, zuweilen bis zu sechs Funken, die der continuirlichen Entladung entsprechende Lichthülle ist nur zuweilen mehr sichtbar.

Bei einem Drucke von 350<sup>mm</sup> und weiter war in dem rotirenden Spiegel kein continuirlicher Uebergang der Electricität mehr zu erkennen, und dem entsprechend erschien auch keine Spur des Bandenspectrums mehr, sondern nur das sehr schön ausgebildete Linienspectrum, welches bei 500<sup>mm</sup> Druck und weiter auf continuirlich beleuchtetem Hintergrunde liegt. Der Strom konnte bis zu einem Drucke von 600<sup>mm</sup> durch die Röhre hindurchgeführt werden.

## 51.

Die im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche beweisen, daß in einer mit Luft gefüllten weiten Röhre die Verschiedenheit der Spectra wesentlich durch die Art der Entladung bedingt ist. Bei der continuirlichen Entladung, welche in der Luft unter gewöhnlichem Drucke als den Funken umbüllende Aureole zu erkennen ist, sieht man nur das Bandenspectrum des Stickstoffs, bei der eigentlichen Funkenentladung nur das Linienspectrum. Es ist also das Linienspectrum jenes des eigentlichen Funkens, das Bandenspectrum jenes der Lichthülle.

## II. Sauerstoff.

Der zu den Versuchen benutzte Sauerstoff wurde aus von früherer Sauerstoffbereitung rückständiger Mischung von Braunstein und Chlorkalium und chlorsaurem Kali bereitet. Um den Sauerstoff von etwaigen Spuren von Kohlensäure, die aus etwaigen organischen in die Mischung gekommenen Stäubchen herrühren konnten, zu befreien, wurde das entwickelte Gas durch eine mit Kalilauge gefüllte Waschflasche gehen gelassen ehe es in das Gasometer trat. Aus dem Gasometer trat dann das Gas durch zwei mit wasserfreier Phosphorsäure gefüllte Röhren in das vor dem Spectrometer aufgestellte Rohr. Das Gas konnte somit nur mit Spuren von Stickstoff, aus dem

Füllwasser des Gasometers, und etwa mit Spuren von Kohle, welche der Sauerstoff auf dem Wege vom Gasometer zur Röhre durch den ganz schwach gefetteten Hahn aufgenommen hatte, verunreinigt seyn. Daß diese Spuren kaum merkbar sind, ergeben die spätern Versuche, bei denen in dem hellsten Linienspectrum des Sauerstoffs kaum Spuren einer nicht zum Sauerstoff gehörigen Linie sichtbar waren.

Da bei diesen Versuchen der Strom nicht durch ein capillares Rohr geleitet wurde, sondern sich frei durch die weite Röhre verbreitete, so konnte überhaupt das von dem Gase ausgesandte Licht durch so geringe Verunreinigungen nicht alterirt werden. Deshalb bieten diese Beobachtungen bei dem Sauerstoff ein besonderes Interesse um zu erkennen, ob der Sauerstoff ein Bandenspectrum besitzt oder nicht. Ist nämlich die durch die im vorigen Paragraphen mitgetheilten Beobachtungen bestätigte Vermuthung richtig, daß das Bandenspectrum der continuirlichen Entladung, das Linienspectrum dagegen der eigentlichen Funkenentladung entspricht, so darf, wenn der Sauerstoff in der That nur ein Linienspectrum besitzen soll, in demselben überhaupt nur Funkenentladung stattfinden können, oder es muß die continuirliche Entladung absolut lichtlos seyn. Jedenfalls muß also die Beobachtung entscheiden, warum unter Verhältnissen, in welchen der Stickstoff ein Bandenspectrum zeigt, dasselbe bei dem Sauerstoff nicht auftritt.

## 52.

Als die Röhre mit reinem trocknen Sauerstoff gefüllt und dann soweit ausgepumpt war, wie es mit der Geißler'schen Pumpe zu erreichen war, füllte sich die Röhre mit einem sehr schwachen weißlichem Licht; beide Ströme gingen ganz continuirlich über, und im Spectrum waren ganz schwach einige Banden im gelb und grün zu erkennen, welche indeß bei Vermehrung des Druckes auf 5<sup>mm</sup>, bei welcher die Luft ein sehr schönes Bandenspectrum des Stickstoffs und wie nachher erwähnt wird, der Was-



serstoff ein sehr helles Bandenspectrum zeigte, verschwanden. Zum Theil sind diese Banden Spuren von Kohle zuzuschreiben, wie z. B. eine sehr schwache bei  $62^{\circ} 20'$  beginnende, welche wohl die gelbe Cannelirung im Kohlenspectrum ist, zum Theil gehören sie weder Kohle noch Stickstoff an, wie z. B. ein schwaches Feld bei  $62^{\circ} 38'$ , welches ebenfalls im Spectrum des Glimmlichtes vorkommt. Die hellern Parteen im grünen ließen sich ihrer Lage nach nicht genau bestimmen. Bei dem erwähnten Drucke von  $5^{\text{mm}}$  füllte sich die Röhre mit einem ganz schwachen gelbgrünlichem Lichte; der Uebergang beider Ströme erschien im rotirenden Spiegel absolut continuirlich. Ein Spectrum des schwachen Lichtes konnte nur schwer beobachtet werden; es schien ein schwaches ganz unschattirt continuirliches Lichtfeld von gelb bis etwa zum beginnenden blau zu seyn; eine genaue Orientirung war nicht möglich, da das Licht zur Messung zu schwach war, und da mit Hülfe der Flasche sich noch keine Funkenentladung hervorrufen ließ.

Ohne wesentliche Aenderung verhielt sich das Licht der Röhre ganz ebenso bis der Druck des Gases  $20^{\text{mm}}$  geworden war, nur erschien schon bei  $15^{\text{mm}}$  Druck und von da ab fast stets, so lange keine eigentliche Funkenentladung eintrat, in der Axe der Röhre ein sehr schwach leuchtender rosa gefärbter Kanal, während sonst die ganze Röhre mit grünlichem Licht gefüllt war. Im rotirenden Spiegel erschien aber das Lichtfeld nach wie vor ganz continuirlich und an allen Stellen ganz gleich gefärbt, so daß diesem scheinbar anders gefärbten Kanal doch keine eigenthümliche Entladung entsprach. Ebensowenig hatte dieses Licht Einfluß auf das Spectrum, welches, nach wie vor aus einem unschattirt continuirlichen Lichtfelde bestand, von derselben Ausdehnung wie vorher war.

Bei dem Drucke von  $20^{\text{mm}}$  ist die Erscheinung bei Durchgehen des einfachen Inductionsstromes ebenfalls dieselbe, indess ruft die Einschaltung der Leydener Flasche eine schwache Funkenentladung hervor. Im rotirenden Spiege



erkennt man, daß die Entladung mit einem schwachen Funken, der von einer Elektrode zur andern reicht, beginnt, und daß auf diesen ein continuirliches Ueberströmen folgt. Letzteres scheint anfänglich ein intermittirendes zu seyn, indem unmittelbar nach dem Funken in der Nähe der Elektroden die continuirliche Entladung sich in einige Partialentladungen auflöst, welche in der Mitte der Röhre selbst bei rascher Rotation des Spiegels nicht zu erkennen sind. Der Ausbildung des eigentlichen Funkens entspricht sofort das Auftreten einiger Linien des Plücker'schen Sauerstoffspectrums; es lassen sich constatiren die fleischrothe Linie, sowie zwei Linien im grünen Theile. Der auch jetzt nach vorhandenen continuirlichen Entladung entsprechend, erscheint im Spectrum das vorher erwähnte grüne continuirliche Lichtfeld, dessen Beginn von  $O_a$  durch einen dunklen Zwischwenraum getrennt ist.

Bei einem Drucke von  $30^{mm}$  ist der die Flaschenentladung beginnende Funke beträchtlich heller, man sieht  $O_a$ , die vorher erwähnten beiden grünen Linien, die Gruppe unmittelbar vor  $H_\beta$ , die helle Gruppe der blauen Linien und die hellsten Linien im violetten. Die Lichthülle des Funkens lieferte dasselbe grüne Feld.

Wurde der Druck des Gases bis auf  $42^{mm}$  gesteigert, so füllte das Licht nicht mehr die ganze Röhre aus, sondern bildete in der Axe der Röhre einen Cylinder von etwa 1 Ctm. Durchmesser; nur der Oeffnungsstrom geht mehr durch die Röhre. Im rotirenden Spiegel erschien das jeder Entladung entsprechende Lichtfeld im Beginne etwas heller, und das ganze Lichtfeld schmäler als vorher. Das Spectrum des Lichtes reicht von der Gränze des gelbgrünen unschattirt continuirlich bis zu der Gruppe der Sauerstofflinien unmittelbar vor  $H_\beta$ , wie man durch Vergleichung dieses Spectrums mit dem Linienspectrum erkennt, welches durch Einschalten der Flasche sofort entsteht. Der die Flaschenentladung einleitende Funke ist sehr hell, umgeben von einer hellen, im rotirenden Spiegel als schmales helles Feld erscheinenden Lichthülle.

Das Funkenspectrum läßt alle von Plücker gezeichneten Linien, mit Ausnahme vielleicht einzelner Linien im violetten erkennen. Der Lichthülle entsprechend liegen die grünen Liniengruppen auf hellem Hintergrunde.

Eine Steigerung des Druckes bis auf 120<sup>mm</sup> ließ die Erscheinung im wesentlichen ungeändert, erst als der Druck auf 130<sup>mm</sup> gewachsen war, bildete sich auch ohne Flasche ein schwacher Funken aus, der von einer flatternden Lichthülle umgeben war. Im rotirenden Spiegel begann das den einzelnen Entladungen entsprechende Lichtfeld mit einer scharfen Funkenlinie, der dann ein schmales continuirlich beleuchtetes Lichtfeld folgte. Im Spectrum zeigen sich sofort mit Auftreten des Funkens die fleischrothe Linie und die beiden grünen Linien, dieselben, welche sichtbar waren als zuerst, bei 20<sup>mm</sup> Druck, die Einschaltung der Flasche einen schwachen Funken erzeugte. Der continuirliche Theil des Spectrums bleibt nach wie vor auf das unschattirte grüne Feld beschränkt.

Bei diesem Drucke gelingt es noch in einzelnen Stößen die Entladungen der Flasche durch die Röhre zu bringen; der Funke ist blendend hell, und das Spectrum desselben ein prachtvolles Sauerstoffspectrum, in der ganzen Ausdehnung der Plücker'schen Zeichnung entsprechend, auf ziemlich hellem Hintergrunde. Ein Beweis für die Reinheit des angewandten Gases ist es, daß trotz der grossen Helligkeit des Funkens nur einzelne Scheine von nicht zum Sauerstoff gehörigen Linien gesehen werden konnten. Es war vielleicht eine Spur Stickstoff aus dem Wasser vorhanden.

Bei weiterer Steigerung des Druckes wird der den Durchtritt der Elektrizität beginnende Funke immer heller, die Lichthülle schwächer; dem entsprechend bildet sich das Linienspectrum des Sauerstoffs immer vollständiger aus. Bei 160<sup>mm</sup> Druck sind  $O_{\alpha}$ , die beiden vorhin erwähnten grünen Linien, die Gruppe vor  $H_{\beta}$ , und die blaue Gruppe zu sehen. Bei 250<sup>mm</sup> Druck sind die übrigen grünen Gruppen und die hellsten Linien im Violetten sichtbar und bei

250<sup>mm</sup> Druck ist das ganze Plücker'sche Spectrum in allen seinen Theilen vollständig ausgebildet. Der Strom ging durch die Röhre bis der Druck 500<sup>mm</sup> geworden war.

## 53.

Die Beobachtungen am Sauerstoff bestätigen, wie bei der Luft, daß das Bedingende für das Auftreten des Linienspectrums die eigentliche Funkenentladung ist, nur wenn die Elektrizität in Form des eigentlichen Funkens übergeht, kommen im Spectrum Linien hervor, deren Zahl mit der Helligkeit des Funkens wächst. Zuerst erscheint hier die fleischrothe Linie und schwach einige grüne, mit zunehmender Helligkeit entwickeln sich vollständiger, die grünen und nach und nach kommen die blauen und violetten Liniengruppen hinzu.

Ein eigenthümliches Bandenspectrum, wie der Stickstoff und der Wasserstoff, läßt der Sauerstoff nicht erkennen, sondern nur ein schwach helles Feld, welches von dem beginnenden Grün bis zum beginnenden Blau reicht, auf welchem, vielleicht wegen der zu geringen Lichtstärke, keine weiteren Schattirungen zu erkennen sind. Das Licht der continuirlichen Entladung ist im Sauerstoff bei allen Drucken, selbst sehr kleinen, von äußerst geringer Stärke. Der Umstand erklärt es, weshalb bei der continuirlichen Entladung reiner Stickstoff dasselbe Spectrum liefert wie Luft; das Licht des Sauerstoffs ist zu schwach, um dasjenige des Stickstoffs zu alteriren; er erklärt weiter, warum in Spectralröhren mit capillaren Theilen die geringsten Beimengungen des Sauerstoffs mit ihrem eigenthümlichen Spectrum sich zu erkennen geben.

## III. Wasserstoff.

Der zu den Versuchen benutzte Wasserstoff wurde aus chemisch reinem Zink und verdünnter Schwefelsäure mit Zusatz von ein paar Tropfen Platinchlorid entwickelt. Das Gas wurde um etwaige Spuren von Schwefelwasser-

stoff zurück zu halten durch eine Lösung von Silbernitrat geleitet, und dann im Gasometer aufgefangen.

Die Versuche mit Wasserstoff boten in ähnlicher Weise wie diejenigen mit Sauerstoff noch das besondere Interesse, die Frage nach einem Bandenspectrum des Wasserstoffs zu einem definitiven Entscheid zu bringen; denn nach den bisher mitgetheilten Versuchen kann es keinem Zweifel mehr unterliegen, daß die Linienspectra der eigentlichen Funkenentladung angehören. Hat deshalb der Wasserstoff kein Bandenspectrum, so muß die continuirliche Entladung durch denselben entweder ganz lichtlos seyn oder überhaupt nicht stattfinden können.

## 54.

Nach längerem Durchziehen von trockenem Wasserstoffgas, wurde die vor dem Spectrometer befindliche Röhre mit Wasserstoff unter einem Drucke von etwa 5<sup>mm</sup> gefüllt. Beide Ströme des Inductionsapparates gehen durch die Röhre hindurch, der eine so stark wie der andere. Im rotirenden Spiegel giebt sich der Uebergang als ein absolut continuirlicher zu erkennen. Die Röhre ist mit ziemlich hellem weißem Licht gefüllt. Das Licht jeder Entladung reicht von der jedesmal positiven Elektrode bis etwas über die Mitte der Röhre und ist dann von der negativen Elektrode durch einen dunklen Zwischenraum getrennt. Im Spectrometer sieht man ein vollständig ausgebildetes Bandenspectrum des Wasserstoffs, genau wie ich es in den früheren Mittheilungen beschrieben habe, aber ohne die geringste Andeutung der drei Linien  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ , welche das Linienspectrum des Wasserstoffs bilden. Gerade der letztere Umstand ist der deutlichste Beweis, daß der Wasserstoff als solcher das Bandenspectrum besitzt, und daß die Linien, hier wie bei den andern Gasen einer eigenen Art der Entladung entsprechen. Ich hebe ihn besonders hervor, da man sonst in den Röhren mit capillarem Theil immer neben dem Bandenspectrum des Wasserstoffs wenigstens  $H_\alpha$  und  $H_\beta$  sieht.

Bei zunehmender Dichtigkeit des Gases, bis zu einem Drucke von  $50^{\text{mm}}$  bis  $60^{\text{mm}}$  bleibt die Art der Entladung dieselbe, beide Inductionsströme gehen in continuirlicher Entladung durch die Röhre, eine Discontinuität ist selbst bei sehr rascher Rotation des Spiegels nicht zu erkennen. Die Lichtstärke der Röhre nahm indeß sehr rasch ab, so daß schon bei einem Drucke von  $20^{\text{mm}}$  eine scharfe Bestimmung des Spectrums nicht möglich ist. Man sieht nur ein schwach beleuchtetes Feld mehr, welches ungefähr die Ausdehnung des vorher gesehenen Bandenspectrums zeigt. Die Einschaltung der Leydener Flasche ändert die Art der Entladung nicht ab, nur bewirkt sie eine Concentration des in der Röhre vorhandenen Lichtes, ohne indeß die Helligkeit desselben merklich zu vergrößern. Bei  $60^{\text{mm}}$  Druck ist die Helligkeit so gering, daß im Spectrometer das Gesichtsfeld fast ganz dunkel erscheint.

Wurde der Druck bis auf  $80^{\text{mm}}$  gesteigert, so kam ohne Anwendung der Flasche der Schließungsstrom nicht mehr zu Stande, sondern nur der Oeffnungsstrom, der in der Röhre einen sehr wenig hellen Lichtcylinder von etwa 1 Ctm. Durchmesser erzeugte. Die Entladung erfolgte sehr rasch, denn im rotirenden Spiegel hatte das Bild des Lichtes ungefähr die Breite des Lichtes in der Röhre, und nahm mit rascherer Rotation nicht merklich zu. Bei Auflegen der Flasche gehen wieder beide Ströme in derselben Entladungsart durch die Röhre, der Oeffnungsstrom aber stärker als der Schließungsstrom. Gleichzeitig scheint durch Einschalten der Flasche die Entladung etwas verzögert zu werden, denn bei rascher Rotation des Spiegels tritt eine Verbreiterung des Bildes ein. Die Lichtstärke ist aber so gering, daß das Gesichtsfeld im Spectrometer fast ganz dunkel ist.

Ohne wesentliche Aenderung bleibt die Erscheinung dieselbe bis zu einem Drucke von etwa  $250^{\text{mm}}$ , nur daß auch bei Einschaltung der Flasche der Schließungsstrom immer schwächer zu Stande kommt; bei etwa  $250^{\text{mm}}$  Druck

hört er ganz auf. Die Lichtstärke ist immer noch sehr gering, die Linien des Wasserstoffs treten nicht auf.

Bei 250<sup>mm</sup> Druck beginnt zuweilen sich eine theilweise Funkenentladung eigenthümlicher Art auszubilden. Es springt nämlich aus der positiven Elektrode ein scharfer Funken hervor, der indeß nicht bis zu der negativen Elektrode hinübergeht, sondern in der Röhre in die funkenlose Entladung sich verwandelt. Im rotirenden Spiegel erscheint bei dieser Entladungsart das Lichtfeld in dem der positiven Elektrode näheren, bei der gewählten Führung des Stromes obern Theile, von einer schwachen Funkenlinie begränzt, auf welche dann ein schmales Lichtfeld folgt; im unteren Theile des Entladungsbildes ist diese Funkenlinie nicht vorhanden, sondern nur das schmale Lichtfeld; der Funke hat eine röthliche Farbe, das übrige Licht ist weißlich aber schwach. Wenn der Spalt des Spectrometers sich vor dem untern Theile des Lichtes befindet, sieht man ein schwaches continuirliches Lichtfeld von der Ausdehnung des Bandenspectrums des Wasserstoffs, auf welchem, wegen zu geringer Lichtstärke die Schattirungen des Bandenspectrums nicht zu erkennen sind. Hebt man den Spalt bis zu jener Stelle, wo der Funke noch vorhanden ist, so erscheint deutlich in dem continuirlichen Spectrum die grüne Linie  $H_{\beta}$  des Linienspectrums. Interessant ist es, den Spalt nur so weit zu heben, daß seine obere Hälfte sich vor dem Funken, die untere sich vor dem Theile der Röhre befindet, in welchem der Funken verschwunden ist. Man sieht im Spectrum  $H_{\beta}$  dort wo der Funke vorhanden ist, während dort, wo der Funke sich aufgelöst hat, die Stelle, wo  $H_{\beta}$  liegt, nicht durch größere Helligkeit ausgezeichnet ist.

Die Einschaltung der Flasche bringt bei diesem Drucke, und bei einer Steigerung desselben auf 300<sup>mm</sup> noch keine Aenderung der Entladungsart hervor.

Eine Steigerung des Druckes auf 350<sup>mm</sup> liefs bei Entladung ohne Anwendung der Flasche die Funkenbildung



schon weiter vorgehen, zuweilen sprang der Funke von Elektrode zu Elektrode über, in der Regel war aber der Funke nur in der Nähe der beiden Elektroden ausgebildet, so daß zwischen den Funken in der Mitte der Röhre ein Zwischenraum von 2 bis 3 Ctm. war, in welchem kein Funke sichtbar war. Im rotirenden Spiegel sah man dem entsprechend zuweilen die scharfe Funkenlinie als Anfangsgränze des schmalen Lichtfeldes; in der Regel war aber die scharfe Funkenlinie nur in der Nähe der Elektroden zu sehen, die Mitte des Entladungsbildes war ohne Funkenlinie.

Jedesmal, wenn der Funke durch die ganze Röhre hindurchsetzte, sah man auf ziemlich dunklem Felde  $H_\alpha$  und  $H_\beta$ , trat der Funke nicht ganz auf, so war das Spectrum das so eben beschriebene, vor der Mitte der Röhre sah man nur das schwache, dem Bandenspectrum an Ausdehnung entsprechende continuirliche Spectrum, vor dem Funken war in demselben  $H_\beta$  sichtbar. Die Einschaltung der Flasche lieferte jetzt eine brillante Funkenentladung, neben welcher weder direct, noch im rotirenden Spiegel eine Lichthülle zu sehen war. Das Spectrum des Funkens bestand dann lediglich aus den drei Linien  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  und  $H_\gamma$ , von denen die beiden letztern schon merklich verbreitert waren.

Eine weitere Steigerung des Druckes bis auf Atmosphären-Druck ändert die Erscheinung nicht wesentlich, nur daß, je stärker der Druck wird, um so häufiger der Funke von Elektrode zu Elektrode überspringt, und daß der Funke sowohl dann, als auch wenn er in der Mitte der Röhre durch funkenlose Entladung unterbrochen wird, an Helligkeit beträchtlich zunimmt. Schon bei 500<sup>mm</sup> Druck sieht man deshalb bei völliger Ausbildung des Funkens die drei Linien des Wasserstoffspectrums und zwar  $H_\beta$  und  $H_\gamma$  schon etwas verbreitert. Ist der Funke noch nicht ganz ausgebildet, so sieht man auf hellem Hintergrunde  $H_\beta$  und auch  $H_\alpha$ , die violette Linie  $H_\gamma$  konnte noch nicht beobachtet werden. Liefs man bei diesem Drucke die Entladungen der Flasche durch die Röhre gehen, so war das



Spectrum schon fast ganz continuirlich geworden, wie ich es in meiner Abhandlung über die Spectra der Gase bei hohem Drucke beschrieben habe.

Dafs in der That auch bei dem Wasserstoff das Licht der Röhre nur dann das Linienspectrum zeigte, wenn der Funke sich ausbildete, konnte man in sehr interessanter Weise erkennen, wenn man die Röhre direct durch das Prisma betrachtete, im Falle nur die theilweise Funkenbildung eintrat. Man hat dann in dem continuirlichen Spectrum, welches die Röhre lieferte, die drei Linien  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  und  $H_\gamma$  nur genau so weit, wie der Funke reichte. In der Mitte des Spectrums waren die Linien vollständig verschwunden, die Stellen, wo sie im Spectrum sich befinden, nicht einmal durch gröfsere Helligkeit ausgezeichnet. Jedesmal aber, wenn der Funke durch die ganze Röhre blitzte, traten auch in dem ganzen Spectrum die drei Linien hell hervor.

## 55.

Die Beobachtungen mit Wasserstoff bestätigen also ganz ebenso, wie die früheren mit Luft und Sauerstoff, dafs die Bedingung für das Auftreten des Linienspectrums die eigentliche Funkenentladung ist; in einer ausgedehnten Gasmasse, wie sie bei diesen Versuchen benutzt wurde, sieht man niemals das Linienspectrum der Gase, ausser wenn sich der eigentliche Funke ausbildet.

Die im letzten §. mitgetheilten Beobachtungen heben auch wohl jeden Zweifel daran, dafs dem Wasserstoff als solchem ein eigenes Bandenspectrum angehört, und dafs dieses Bandenspectrum das von mir beschriebene ist. Denn abgesehen davon, dafs bei Anwendung einer so weiten Röhre, bei welcher man das Spectrum der ganzen leuchtenden Gasmasse von 2 Cent. Durchmesser sieht, geringe Spuren eines fremden Gases das ausgesandte Licht nicht so beeinflussen können, dafs man nur das Spectrum dieser etwaigen Verunreinigungen sehen sollte, ist der Verlauf der ganzen Erscheinung ein so regelmäfsiger, dafs man

dieselben nur dem Wasserstoff in den verschiedenen Phasen der Entladung zuschreiben kann. Gleichzeitig möchte ich darauf hinweisen, daß das Verhalten des reinen Wasserstoffs auch die in meiner letzten Mittheilung erwähnten Beobachtungen bei Aethylen und Grubengas, so besonders den Umstand erklärt, daß in gewissen Drucken, wenn der Strom ohne Flasche durch die Röhre ging, im Spectrum keine Spur des anwesenden Wasserstoffs bemerkbar war. (§. 40 und 41.)

Die eigenthümlichen Entladungserscheinungen bei Wasserstoff, insbesondere die merkwürdige theilweise Funkenbildung in der Nähe der Elektroden, welche sich bei den andern Gasen niemals zeigt, werde ich an einer andern Stelle näher verfolgen, nur will ich bemerken, daß dieses sowie manche andere Erscheinungen, dafür zu sprechen scheinen, daß der Wasserstoff eine nicht geringe Leitungsfähigkeit für den elektrischen Strom besitzt.

## 56.

Nach Constatirung der Thatsache, daß das Linienspectrum der Gase nur bei Ausbildung des Funkens, das Bandenspectrum bei der funkenlosen Entladung der Electricität durch eine gegebene Gasmasse auftritt, scheint es nicht schwierig zu einer Erklärung der verschiedenen Spectra eines und desselben Gases zu gelangen, ohne daß man genöthigt wäre eine besondere Veränderlichkeit des Emissionsvermögens der Gase für Licht anzunehmen. Hr. Zöllner hat nämlich auf Grundlage des Kirchhoff'schen Satzes über das Verhältniß der Emission und Absorption des Lichtes den Nachweis geliefert <sup>1)</sup>, daß das Spectrum eines Gases bei einer gegebenen Temperatur wesentlich von der Dicke oder Dichte der strahlenden Schicht abhängig sein muß, und daß jedenfalls mit abnehmender Dicke oder Dichte der strahlenden Schicht, vorausgesetzt, daß die Temperatur nicht zu hoch ist, das Spectrum sich auf einzelne helle Linien zusammenziehen muß, welche

1) Zöllner, Pogg. Ann. Bd. CXLII, S. 88 ff.

jenen Wellenlängen entsprechen für welche das Gas Maxima des Emissionsvermögens besitzt. Der Unterschied in der Dicke der strahlenden Schicht ist das wesentlich Bedingende für das Auftreten der Spectra verschiedener Ordnung in Geißler'schen Röhren; bei der Funkenentladung sind es immer nur wenige Moleküle des Gases, welche Licht aussenden, bei der funkenlosen Entladung dagegen leuchtet mehr oder weniger die ganze in der Röhre vorhandene Gasmasse.

Die funkenlose Entladung tritt dann ein, wenn der Widerstand, welchen die in der Röhre eingeschlossenen Gase der Ausgleichung der Elektricität entgegensetzen, einen gewissen Werth nicht überschreitet, wenn also die Dichtigkeit der Gase nicht unterhalb einer gewissen Gränze hinabsinkt oder andererseits einen bestimmten je nach der Natur des eingeschlossenen Gases verschiedenen Werth nicht übersteigt. Es tritt dann ähnlich der Büschelentladung von dem Conductor der Elektrisirmaschine ein Ausströmen der Elektricität von den Elektroden ein, welches nach den Beobachtungen in dem rotirenden Spiegel nahezu gleichmäfsig in dem Maße stattfindet wie die in dem Inductionsstrom geschiedenen Elektricitäten in den Elektroden ankommen. Die Entladung geht gewissermaßen nicht von Elektrode zu Elektrode, sondern die Elektricität breitet sich in ganz ähnlicher Weise wie bei der Büschelentladung durch die eingeschlossene Gasmasse aus, sie mehr oder weniger vollständig zum Glühen erhitzend. Man sieht deshalb bei der vollständigsten Ausbildung dieser Entladungsart die ganze Röhre mit gleichmäfsigem Lichte erfüllt.

Die Funkenentladung tritt dagegen mit oder ohne Anwendung der Leydener Flasche nur dann aber auch immer dann auf, wenn der Widerstand in der Röhre eine gewisse Gränze erreicht hat, sey es daß man dem Gase eine sehr kleine, sey es daß man ihm eine gewisse, für die verschiedenen Gase verschiedene, gröfsere Dichtigkeit giebt. Damit dann die Elektricität die Elektroden verlassen kann,

muß sie auf denselben eine bestimmte nicht zu kleine Dichtigkeit, einen bestimmten Potentialwerth besitzen. Ist dieser Werth erreicht, so geht wegen der großen auf den Elektroden vorhandenen Spannung im allgemeinen die Elektrizität in Form eines Funkens in fast unmeßbar kleiner Zeit von Elektrode zu Elektrode hinüber. Der Funke bringt dann nur jene Moleküle des Gases zum Glühen, welche direct von ihm getroffen werden, eine Ausbreitung der im Funken stattfindenden Entladung auf die nebenliegenden Moleküle findet nicht statt, und ebenso wenig, wegen der sehr kurzen Dauer der Entladung eine Ausbreitung der Erwärmung. Auf diese Funkenentladung kann dann, in Folge der bekannten Wirkungen des Funkens, eine funkenlose Entladung folgen, letzteres aber nur so lange als der Widerstand eine gewisse noch höhere Gränze nicht erreicht; ist diese überschritten, so kann nur mehr eine Entladung in Funken stattfinden, deren dann auf den ersten noch mehrere folgen können. Bei weiter zunehmender Dichte beschränkt sich dann die Entladung auf nur einen Funken, bis auch dieser bei zunehmender Gasdichte nicht mehr auftreten kann und überhaupt keine Entladung mehr stattfindet.

Bei der sich mehr oder weniger durch die ganze Gasmasse ausbreitenden funkenlosen Entladung leuchtet also immer eine relativ dicke Schicht des Gases, es müssen also in dem Spectrum des Lichtes alle jene Wellenlängen auftreten, welche das Gas bei der vorhandenen Temperatur überhaupt aussenden kann; bei der relativ geringen Lichtstärke müssen sich aber die geringsten Unterschiede in dem Emissionsvermögen für das Licht verschiedener Wellenlängen erkennen lassen; deshalb sind die Spectra reich schattirte Bandenspectra, wenn sie überhaupt hell genug sind um die Schattirungen erkennen zu lassen. Die Spectra sind am schönsten ausgebildet, am hellsten, wenn die Entladungen am vollständigsten erfolgen, wenn also der Widerstand den kleinsten Werth hat, so daß Oeffnungsstrom und Schließungsstrom sich vollständig ausbilden können.

Mit  
Gas  
hind  
des  
Fol  
stei  
sch  
erk  
suc  
den  
we  
Un

Er  
ba  
ni  
st  
in  
L  
g  
e  
A  
i  
t  
l

Mit zunehmendem Widerstande, also mit zunehmender Gasdichte werden die bei jeder Entladung durch die Röhre hindurchgehenden Elektricitätsmengen geringer, es wird deshalb die Temperatur des Gases eine niedrigere, und in Folge dessen das Licht des Gases schwächer, so daß mit steigender Dichte das Bandenspectrum dunkler wird, und schließlicb nur in einigen wenigen hellsten Partieen mehr erkannt werden kann. Der Gang zeigt sich bei allen untersuchten Gasen, wenn auch im einzelnen in dem Gange der Helligkeitsänderungen wohl Unterschiede vorkommen, welche um genau verstanden zu werden noch eingehenderer Untersuchung bedürfen.

Die Temperatur der Gase auch bei der funkenlosen Entladung ist jedenfalls eine sehr hohe, wie sich unmittelbar daraus ergibt, daß wir die Gase in unseren Flammen nicht zum leuchten bringen können. Nur der ein sehr starkes Absorptionsvermögen besitzende Joddampf liefert in der Wasserstofflamme erhitzt ein hinreichend helles Licht. Da man auch dort immer dicke Schichten des glühenden Dampfes hat, zeigt derselbe auch in der Flamme ein Bandenspectrum, wie ich früher gezeigt habe (Pogg. Ann. 120.). Wenn nach den Versuchen Plücker's der Joddampf in Geißler'schen Röhren nur ein Linienspectrum liefert, so kann das nur darin seinen Grund haben, daß der Widerstand des Joddampfes gegen den Ausgleich der Elektricität ein so großer ist, daß in ihm überhaupt nur die Funkenentladung möglich ist<sup>1)</sup>.

Im Funken sind es immer und unter allen Umständen nur sehr wenige Moleküle, also eine sehr dünne Schicht des Gases, welche leuchten, eben nur die direct von der Funkenentladung getroffen; deshalb können nach den Entwicklungen des Hrn. Zöllner in dem Spectrum des-

1) Zusatz bei der Correctur. Im *Compte Rendu* vom 8. Juli 1872 giebt Hr. Salet an, daß er auch durch den Inductionsstrom das Bandenspectrum habe darstellen können. Daß das Spectrum selbst schon vor etwa 10 Jahren von mir dargestellt worden ist, hat Hr. Salet übersehen.

selben nur einzelne helle Linien auftreten, es sey denn daß die Temperatur des Funkens eine äußerst hohe ist, so daß derselbe ein continuirliches Spectrum liefert, worauf später noch zurückzukommen ist. Die Zahl und Ausdehnung der Linien hängt lediglich von der Temperatur des Funkens ab. Wenn die Gasdichte gerade jene Gränze erreicht hat, bei welcher sich zuerst der Funke bilden kann, so ist die in ihm überspringende Elektricitätsmenge am kleinsten, seine Temperatur am niedrigsten, in dem Funkenspectrum treten daher immer zuerst nur wenige helle Linien auf, welche den absoluten Maximis des Emissionsvermögens entsprechen. Im Linienspectrum des Stickstoffs treten zunächst einige wenige grüne, im Sauerstofflinienspectrum die fleischrothe Linie  $O_\alpha$  und zwei grüne, im Wasserstofffunkenspectrum  $H_\beta$  auf. Mit Steigerung der im Funken übergehenden Elektricitätsmenge muß die Temperatur der vom Funken getroffenen Moleküle und damit die Zahl der Linien im Spectrum zunehmen, da mit steigender Temperatur auch die schwächeren Maxima des Emissionsvermögens trotz der geringen Dicke der leuchtenden Schicht hell genug werden um als leuchtende Linien hervorzutreten. Diese Steigerung der im Funken übertretenden Elektricitätsmenge muß aber mit wachsender Gasdichte eintreten, da der Potentialwerth der Elektricität auf den Elektroden zur Einleitung der Funkenentladung mit zunehmendem Widerstande in den Röhren wachsen muß. Die Beobachtung zeigt deshalb, wie der Funke immer heller wird, und wie mit der wachsenden Helligkeit des Funkens die Zahl der Linien zunimmt. Die volle Ausbildung des Funkenspectrums tritt bei Anwendung der Flasche schon in geringern Drucken ein als ohne Flasche, da die Entladung der Flasche den Durchtritt einer größern Menge, der auf den Belegungen der Flasche angesammelten Elektricität bedingt.

Im Großen und Ganzen ergibt sich daher die Nothwendigkeit des Auftretens der Doppelspectra als eine Folgerung des Kirchhoff'schen Satzes, nachdem con-

stati  
Ban  
ents  
ist,  
mö  
(die  
bei  
län  
für  
län  
mü  
gle  
ge  
br  
Ga  
de  
fu  
au  
be  
L  
w  
d  
u  
w  
d  
F  
k  
I  
d  
n  
e  
v

statirt ist, daß die Linienspectra einer sehr dünnen, die Bandenspectra einer dem gegenüber sehr dicken Gasmasse entsprechen. Ob man wie Hr. Zöllner zu thun geneigt ist, außerdem annehmen muß, daß das Absorptionsvermögen der Gase für bestimmte Wellenlängen, die von ihm (diese Annalen Bd. 142 S. 101) mit  $A_p$  bezeichnete Größe, bei stetiger Aenderung der Temperatur für dieselbe Wellenlänge ähnliche Maxima und Minima hat, wie sie solche für dieselbe Temperatur bei stetiger Aenderung der Wellenlänge factisch besitzt, ist schwer zu entscheiden. Man müßte dazu bei verschiedenen Temperaturen die Spectra gleich ausgedehnter Gasmassen vergleichen können. Ausgedehnte Gasmassen auf die Temperatur des Funkens zu bringen ist aber bei den jetzt verwendbaren Mitteln die Gase zu erhitzen nicht möglich; denn die Temperatur auch des schwächsten Funkens ist eine viel höhere als jene der funkenlosen Entladung, selbst wenn sie am vollkommensten ausgebildet ist. Das wird unzweifelhaft durch die stets beträchtlich größere Helligkeit des Funkens bewiesen. Liefse es sich constatiren, daß eine helle Linie einem wirklichen Minimum im Bandenspectrum entspräche, so daß also geradezu eine Umkehr der Helligkeitsverhältnisse unmittelbar benachbarter Stellen des Spectrums vorhanden wäre, so würde man allerdings nach den Entwicklungen des Hrn. Zöllner auf eine derartige Veränderlichkeit des Emissionsvermögens schließen müssen. Eine solche Umkehr zu constatiren ist mir aber bisher noch nicht gelungen. Ich habe zu dem Ende vielfach im Stickstofflinienspectrum das Fadenkreuz auf Linien eingestellt und unmittelbar nachher ein möglichst helles Bandenspectrum erzeugt und die am Fadenkreuz befindlichen Stellen mit nebenliegenden verglichen. Dabei liefs sich allerdings erkennen, daß in nicht weit von einander befindlichen Stellen eine Umkehr der Helligkeitsverhältnisse eintrat, daß also, wie das schon die Vergleichung der Plücker'schen Zeichnungen ergibt, die hellen Linien keineswegs in den hellsten Theilen der Cannelirungen auftreten, sondern vielfach gerade in den



dunklern; daß aber die betreffende Stelle ein Minimum war, liefs sich nicht erkennen. Aehnliches zeigte die Vergleichung der Helligkeitsverhältnisse in der Nähe von  $H_{\beta}$  in dem Wasserstoffbandenspectrum, welche bei den letzten Versuchen, bei denen man  $H_{\beta}$  oft in dem halben Spectrum sah, sehr leicht möglich war. In nicht weit von einander entfernten Theilen des Spectrums kann aber nach den Rechnungen des Hrn. Zöllner schon lediglich durch Zunahme der Schichtdicke bei constanter Temperatur eine Umkehr der Helligkeitsverhältnisse eintreten. Nimmt man dazu noch an, was nach vielen Erfahrungen und auch theoretisch nicht unwahrscheinlich ist, daß das Absorptionsvermögen der Körper für Licht überhaupt mit der Temperatur wächst, und für die verschiedenen Wellenlängen nicht ganz gleich schnell, so ist auch eine kleine Verschiebung der Maxima nicht unmöglich; jedenfalls können dann aber die constatirten Verschiedenheiten im wesentlichen durch die Dickenunterschiede der leuchtenden Schicht erklärt werden. Die Verschiedenheit der Temperatur bei den beiden Entladungsarten hat dann in Bezug auf das Auftreten der Banden- und Linienspectra nur die Bedeutung, daß in der Funkenentladung die Temperatur eine so hohe ist, daß schon minimale Gasmengen hinreichend helles Licht liefern.

## 57.

Wenn man den Funkenentladungen die größte Stärke giebt, die man dadurch erreicht, daß man durch hinlänglich dichtes Gas die Entladungen der Flasche hindurchsendet, so erhält man ein ganz unschattirt continuirliches Spectrum, in welchem in vielen Fällen die Linien des Linienspectrums ganz oder theilweise verschwinden. Dieses Verschwinden der Linien geschieht entweder dadurch, daß die Linien sich verbreitern, und so nach und nach zu einem continuirlichen Spectrum zusammenwachsen, wobei aber das Zusammenwachsen unterstützt wird durch eine wachsend hellere Beleuchtung des Hintergrundes auch

fern  
weni  
dad  
allm  
mehr  
I  
Körp  
scho  
Abs  
Tem  
Wel  
vern  
Hr.  
gang  
den  
stoff  
Con  
Röh  
auch  
beip  
das  
such  
bed  
und  
entl  
zun  
Zah  
trof  
Qu  
erh  
des  
lief  
ma  
häl  
die  
1)

fern von den Linien, so bei dem Wasserstoff und in den weniger brechbaren Theilen des Sauerstoffspectrums, oder dadurch daß die Linien ohne breiter zu werden in dem allmählich immer heller werdenden Hintergrunde nicht mehr sichtbar sind, so in den kohlebaltigen Gasen.

Daß überhaupt bei hinreichend hoher Temperatur jeder Körper ein continuirliches Spectrum liefern muß, das folgt schon daraus, daß es wohl keinen Körper giebt, dessen Absorptionsvermögen für irgend eine Wellenlänge bei allen Temperaturen gleich Null ist, und daß wohl für alle Wellenlängen mit steigender Temperatur das Absorptionsvermögen und damit auch das Emissionsvermögen zunimmt. Hr. Zöllner hat nun außerdem gezeigt, daß dieser Uebergang auch durch eine Vergrößerung der Dicke der strahlenden Schicht eintreten kann und meine früher am Wasserstoff gemachten Beobachtungen dahin gedeutet, daß das Continuirlichwerden der Gasspectra in Geißler'schen Röhren sowohl Folge der Vermehrung der Gasdichte als auch Steigerung der Temperatur sein könne.

Im letzteren Punkte kann ich Hrn. Zöllner nicht ganz beipflichten, ich glaube vielmehr, daß der Uebergang in das unschattirt continuirliche Spectrum bei meinen Versuchen wesentlich durch die Steigerung der Temperatur bedingt ist, wie das schon Hr. Secchi bemerkt hat<sup>1)</sup>, und zwar zunächst deshalb, weil es eben immer die Funkenentladung ist, welche dieses Spectrum hervorruft. Bei zunehmender Dichte des Gases wird allerdings auch die Zahl der Moleküle, welche von dem Funken direct getroffen werden, eine größere seyn, ob aber die in einem Querschnitte des Funkens liegenden und von ihm direct erhitzten Moleküle in dem Maasse zunehmen wie die Dichte des Gases wächst, ist wohl kaum anzunehmen. Jedenfalls liefert die am Wasserstoffgas gemachte Beobachtung, daß man in höhern Drucken ohne Flasche dasselbe Spectrum erhält wie in niedern Drucken mit Flasche, keinen Beweis für die Anschauung des Hrn. Zöllner. Denn die Temperatur

1) Secchi, Die Sonne, deutsche Ausgabe von Schiller. S. 473.

der Moleküle in der Funkenbahn ist ohne Anwendung der Flasche erst in höheren Drucken die gleiche wie mit Anwendung der Flasche in geringeren Drucken, da ohne Flasche erst in höheren Drucken im Funken die gleiche Menge von Elektrizität übertritt, wie mit Flasche in niedrigeren Drucken, wie das schon im vorigen §. hervor-  
gehoben wurde.

Dafs es wesentlich die Steigerung der Temperatur ist, welche die Ausbildung des continuirlichen Spectrums bedingt, dafür spricht auch, dafs in den meisten Fällen dasselbe nicht durch Verbreiterung der hellen Linien sondern durch allmählich immer heller werdende Beleuchtung des ganzen Hintergrundes sich ausbildet, ohne dafs die Linien dabei wesentlich an Schärfe verlieren. Denn eine Vermehrung der Dichte ohne steigende Temperatur kann, wie mir scheint, den Uebergang in das continuirliche Spectrum nur durch eine Verbreiterung der Linien bewirken, während durch Steigerung der Temperatur und damit für alle Wellenlängen wachsendem Emissionsvermögen das Spectrum ebenso gut in der andern Weise continuirlich werden kann.

## 58.

Die eigenthümliche Lichterscheinung an der negativen Elektrode, das negative Glimmlicht, hat in seinem äufsern Ansehen eine solche Aehnlichkeit mit dem Licht der funkenlosen Entladung, dafs man von ihm, wenn es überhaupt wesentlich von der Natur des eingeschlossenen Gases und nicht etwa von der der Elektroden bedingt ist, ein mehr oder weniger vollständiges Bandenspectrum erwarten sollte. Die von den HH. van der Willigen, sowie Reitlinger und Kuhn gegebenen Beschreibungen des Spectrums des negativen Glimmlichtes lassen diese Uebereinstimmung nicht erkennen, ja nach den Beschreibungen der beiden zuletzt genannten Beobachter scheint das Spectrum des negativen Glimmlichtes im Stickstoff sich von dem Bandenspectrum der funkenlosen Entladung wesentlich zu unter-

scheid  
Glimm  
der fu  
selbe v  
6<sup>mm</sup> D  
um so  
tiven  
nämlic  
vor d  
Elektr  
überei  
und j  
dann,  
sie ne  
Spectr  
der S  
waren  
Einzel  
messe

W  
Glimm  
mit d  
von d  
scheid  
fähr e  
unter  
das d  
sich v  
trum  
der F  
schnitt  
obern  
mit c  
unter

L  
ausge  
Funk

scheiden. Ich habe deshalb die Spectra des negativen Glimmlichtes der drei untersuchten Gase mit dem Spectrum der funkenlosen Entladung verglichen. Ich benutzte dieselbe weite Röhre und wählte eine solche Gasdichte, etwa 6<sup>mm</sup> Druck, daß beide Ströme sich vollkommen ausbildeten, um so ganz direkt das Bandenspectrum mit dem des negativen Glimmlichtes vergleichen zu können. Stellte man nämlich den Spalt so vor die Röhre, daß er zur Hälfte vor der Elektrode, zur Hälfte vor dem Raume unter der Elektrode sich befand, so sah man scheinbar gleichzeitig übereinander das Spectrum des negativen Glimmlichtes und jenes der funkenlosen Entladung, letzteres jedesmal dann, wenn die Elektrode positiv wurde, ersteres, wenn sie negativ wurde. Zugleich konnte man dann auch das Spectrum des positiven Lichtfunkens sehen, welcher an der Spitze der positiven Elektrode auftritt. Die Spectra waren bei allen drei Gasen so hell, daß man sie in allen Einzelheiten erkennen und, wo es erforderlich war, messend bestimmen konnte.

**Wasserstoff.** Beim Wasserstoff zeigte das negative Glimmlicht ein Bandenspectrum, welches übereinstimmend mit der Angabe der HH. Reitlinger und Kuhn, sich von dem Bandenspectrum des Wasserstoffs nicht unterscheiden liefs; da auch die Helligkeit der Spectra ungefähr die gleiche war, konnte man im Bandenspectrum kaum unterscheiden, wo dasjenige des Glimmlichts aufhörte, das der funkenlosen Entladung begann. Dagegen zeigte sich ein anderer merkwürdiger Unterschied; in dem Spectrum des negativen Lichts waren sehr hell die drei Linien der Funkenentladung sichtbar,  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$  und  $H_{\gamma}$ . Dieselben schnitten scharf mit der Elektrode ab, so daß man in der obern Hälfte das Spectrum ganz so sah, wie in Röhren mit capillarem Theil, Bandenspectrum mit Linien, in der untern Hälfte dagegen nur das Bandenspectrum ohne Linien.

**Luft.** Unterhalb der Elektrode sieht man ein schön ausgebildetes Bandenspectrum, das Spectrum des positiven Funkens ist identisch dasselbe, nur zu erkennen an seiner

größern Helligkeit, welche wie ein schmales Band das ganze Spectrum durchsetzt. Im negativen Glimmlicht sieht man zunächst ebenfalls ein wundervoll ausgebildetes Bandenspectrum des Stickstoffs in allen seinen charakteristischen Einzelheiten, welches sich von demjenigen der funkenlosen Entladung nur dadurch unterscheidet, daß drei helle Cannelirungen in demselben eine diejenige derselben Cannelirungen im Spectrum der funkenlosen Entladung weit überragende Helligkeit haben, und daß die Helligkeitsvertheilung auch sonst nicht ganz die gleiche ist. Die drei an Helligkeit in sehr auffallender Weise hervorragenden Cannelirungen sind die erste grüne Cannelirung, welche etwa  $\frac{1}{3}$  des Abstandes zwischen den Natronlinien und  $H_{\beta}$  vor  $H_{\beta}$  liegt, die erste eigentlich blaue Cannelirung rechts von  $H_{\beta}$  und die vorletzte violette Cannelirung. Im Spectrum des Glimmlichtes ist am wenigsten hell entwickelt die roth-orange-gelbe Partie, welche bei zunehmendem Gasdruck in einer Stickstoffröhre immer zuerst an Lichtstärke abnimmt, dann die gelbgrüne; im Grünen treten die Helligkeitsmaxima etwas stärker hervor, so daß diese Partie gegenüber dem Spectrum des unter der Elektrode befindlichen Lichtes reicher schattirt erscheint; Gleiches gilt von der hervorragend hellen blauen Cannelirung und der besonders hellen violetten. Wenn deshalb das Glimmlicht nicht in verschiedenen Röhren verschieden ist, kann ich nur vermuthen, daß die HH. Reitlinger und Kuhn ein wenig helles und deshalb nicht im einzelnen erkennbares Spectrum des Glimmlichtes gesehen haben, wie es die von Hrn. Dr. Geisler bezogenen Stickstoffröhren zeigen, durch welche der Strom nur einseitig durchgeht. Mit dem großen Inductionsapparat konnte ich aber auch in einer solchen Röhre das Glimmlicht hinreichend hell erhalten, um die Uebereinstimmung seines Spectrums mit dem eben beschriebenen zu constatiren.

Außer dem Bandenspectrum zeigt dasjenige des Glimmlichtes auch eine nicht unbeträchtliche Zahl von Linien des Linienspectrums; mit Sicherheit konnte ich die hell-

sten  
Gelb  
ten g  
kreuz  
stellte  
mit d  
der B  
von S  
röhre  
gener  
nien

S  
zeigte  
dem  
wie  
gen,  
trum

D  
linie  
entfe  
von  
Mitte  
der  
kirt,  
dunk  
Linie  
helle  
Linie  
mit  
Sauer  
imm  
nen  
selbe  
Es f  
dere  
unm  
begi

sten der grüngelben Gruppe, entsprechend dem dunklen, Gelb von Grün trennenden Zwischenraume und der breiten grünen Gruppe constatiren, indem ich das Fadenkreuz auf die im Bandenspectrum sichtbaren Linien einstellte, dann den Druck des Gases auf 90<sup>mm</sup> steigerte und mit der Flasche die Funkenentladung hervorrief. Auch in der Beziehung zeigt sich ähnliches in dem capillaren Theil von Spectralröhren; ich habe sowohl in meinen Spectralröhren mit Hähnen als auch in von Hrn. Geißler bezogenen Stickstoffröhren, im Bandenspectrum dieselben Linien des Linienspectrums gefunden.

**Sauerstoff.** Als die Röhre mit Sauerstoff gefüllt wurde, zeigte sich das Spectrum des Glimmlichtes wesentlich von dem der funkenlosen Entladung verschieden; letztere zeigte, wie oben beschrieben ist, das grüne Feld, ersteres dagegen, außer einer großen Zahl der Linien des Linienspectrums, eine Anzahl begränzter, schattirter Banden.

Das Spectrum beginnt mit der fleischrothen Sauerstofflinie  $O_{\alpha}$ ; dieselbe lag bei 62° 13'; 14 Minuten von dieser entfernt begann eine schwache 18 Minuten breite Bande, von 62° 27' bis 62° 45'; die Bande ist fast genau in der Mitte, etwa in einer Breite von 5' verdunkelt, der Beginn der zweiten hellern Partie ist durch eine helle Linie markirt, welche bei 63° 38' liegt. Es folgt bis 63° 6' ein ganz dunkles Feld, auf welchem etwa bei 63° eine schwache Linie liegt. Von 63° 6' bis 63° 23' ist dann wieder eine helle Bande sichtbar, auf welcher bei 63° 13' eine helle Linie liegt. Dann ist das Gesichtsfeld bis 63° 52' dunkel, mit Ausnahme der beiden grünen Linien des Plücker'-Sauerstoffspectrums, welche außer  $O_{\alpha}$  im Funkenspectrum immer zuerst sichtbar werden. Das bei 63° 52' beginnende ziemlich helle grüne Feld reicht bis 64° 6'; auf demselben erscheint bei 64° 1' 30" eine ziemlich helle Linie. Es folgt dann schwach die Gruppe der vier grünen Linien, deren erste bei 64° 14' liegt und weiter die Liniengruppe unmittelbar vor  $H_{\beta}$ , welche also etwa bei 65° endigt. Dort beginnt gleichzeitig ein schwach helles von links nach



rechts heller werdendes Feld, welches bei  $65^{\circ} 10'$  durch eine helle Linie begränzt wird. Im weiteren zeigte sich dann im Blau und Violett das Linienspectrum des Sauerstoffs ziemlich ausgebildet.

Auch dieses Spectrum vermag ich in der Beschreibung der HH. Reitlinger und Kuhn nicht wieder zu erkennen, da ich auſser den Linien des Sauerstofflinienspectrums nur vier helle Felder gesehen habe, während sie von sechs Maximis sprechen.

Ganz dasselbe Spectrum fand ich bei dem Glimmlicht einer von Hrn. Geiſſler bezogenen Sauerstoffröhre.

Ob die vier Banden zum Spectrum des Glimmlichtes des reinen Sauerstoffs gehören, läſt sich noch nicht sicher behaupten, da in den beiden Röhren, in denen es gesehen wurde, die Elektroden von demselben Metall, Aluminium waren; einer Verunreinigung des Sauerstoffs durch Kohle sind sie nicht zuzuschreiben; da sie ganz anders liegen, als die Hauptcannelirungen, welche die Kohlenspectra charakterisiren. Sollte es sich herausstellen, daß dieses Spectrum wirklich dem Sauerstoff zukommt, wofür wohl die §. 52 erwähnte Coincidenz des hellen Feldes bei  $62^{\circ} 58'$ , als der Sauerstoff in der Röhre auf minimalen Druck gebracht war, mit der zweiten Hälfte der gelben Bande des Glimmlichtes spricht, so würde man dasselbe als das eigentliche Bandenspectrum des Sauerstoffs anzusehen haben, welches wegen Lichtschwäche der funkenlosen Entladung bei derselben nicht zu sehen ist. Das Glimmlicht war nämlich bei dem Sauerstoff viel heller als das der Entladung. Nur ist es auffallend, daß die Zwischenräume zwischen den Feldern im Grün dunkler zu seyn scheinen als im Spectrum des Lichtes unter den Elektroden.

Das Spectrum des Glimmlichtes ist demnach ein combinirtes, es zeigt gleichzeitig das Bandenspectrum der Gase nur wenig, vielleicht durch die Elektroden modificirt und auſserdem immer eine Anzahl von Linien des Linienspectrums, ähnlich wie das auch in den capillaren Theilen der gewöhnlichen Spectralröhren häufig der Fall ist. Es deu-

tet  
Elekt  
dad  
gan  
trät  
bro  
tung  
nen  
inde  
gez  
feld  
zue  
der  
zeit  
nur  
im  
trit  
ent

1)



tet das auf ein ganz eigenthümliches Hervorbrechen der Elektricität der Elektrode, etwa wie wenn die Entladung dadurch eingeleitet werde, daß im ersten Moment nur an ganz wenig Punkten der Elektrode die Elektricität hervorträte und dann erst, wenn ihr so gewissermaßen Bahn gebrochen ist, die ganze Elektrode bedeckte. Eine Andeutung dieser eigenthümlichen Entladungsweise zeigte bei kleinen Drucken das Bild der Elektrode im rotirenden Spiegel, indem dasselbe keineswegs ein gleichmäßig in die Breite gezogenes Band, sondern ein sägeartig eingezacktes Lichtfeld zeigte, wie wenn die Elektricität in Partialentladungen zuerst aus der Spitze und dann erst nach und nach aus der ganzen Elektrode hervorträte. Das scheinbar gleichzeitige Auftreten der verschiedenen Spectra würde dann nur ein rascher Wechsel derselben seyn, indem jedesmal im ersten Momente der Entladung das Linienspectrum auftritt, dem dann bald das der dickern leuchtenden Schicht entsprechende Bandenspectrum folgt <sup>1)</sup>).

Aachen, den 14. Juli 1872.

- 1) *Anmerkung bei der Correctur.* Die im 9. Hefte der Annalen beschriebenen Versuche des Hrn. Schuster wird man nach den in vorstehender Mittheilung dargelegten Erfahrungen dahin deuten müssen, daß die von ihm angewandte Behandlungsweise der Spectralröhre bewirkt hat, daß nur mehr die Funkenentladung auftrat. Von welchen Umständen das abhängig ist, läßt sich ohne weiteres nicht erkennen. Ich behalte mir vor auf diesen Punkt zurückzukommen, sobald sich Zeit und Gelegenheit findet, die Entladungen in weiten Röhren nach einer ähnlichen Behandlung des Stickstoffs zu untersuchen. Einen Beweis gegen die Existenz der Doppelspectra vermag ich nach den obigen Erfahrungen in jenen Versuchen durchaus nicht zu erkennen.

## II. *Auszug aus einem Aufsatze über den Intensitätsverlauf der Volta-Inductionsströme;* *von Selim Lemström,*

Docent der Physik an der Universität zu Helsingfors.

(Der königl. Schwed. Akad. d. Wissensch. überreicht am 12. Mai 1869 <sup>1)</sup>).

### I.

Die Wirkungen eines elektrischen Stromes können auf zwei verschiedene Gruppen zurückgeführt werden, von welchen die eine die *galvanometrischen* und die *chemischen*, die andere die übrigen oder die *elektrodynamischen*, die *thermischen*, die *magnetischen*, die *physiologischen*, sowie die rein *mechanischen* umfaßt.

Wenn ein elektrischer Strom von kurzer Dauer durch ein Galvanometer geht, so ist bekanntlich der Ausschlag proportional der Elektricitätsmenge, welche während der Dauer des Stromes entwickelt worden ist. Ist  $i$  die Intensität des Stroms oder die, *während der Zeiteinheit von z. B. einer Secunde* entwickelte Elektricitätsmenge und  $t$  die Zeit der Dauer des Stromes, so wird der Ausschlag  $\varphi$  dargestellt durch

$$\varphi = k \int_0^t i \, dt.$$

Wenn dagegen ein ähnlicher Strom durch ein Elektrodynamometer geht, wird der Ausschlag dargestellt durch die Gleichung:

$$\varphi' = k' \int_0^t i^2 \, dt.$$

- 1) *Svenska Vet. Akad. Handl.* Bd. 8, No. 6 (1870). — Diese Untersuchung ist im physikalischen Kabinet der königl. Akad. der Wissenschaften in Stockholm ausgeführt. Hrn. Prof. Edlund drücke ich bei dieser Gelegenheit meinen tiefen Dank aus für den mir bei diesen Arbeiten so freundlich geleisteten Rath und Beistand.

Diese beiden Formeln charakterisiren die oben genannten Gruppen.

Sucht man nun durch diese Gleichungen die Intensität eines inducirten Stroms zu bestimmen, dessen totalen Ausschlag man zugleich am Galvanometer und am Elektrodynamometer gemessen hat, so erhält man für denselben einen Ausdruck, welcher der *mittlern Intensität* des ganzen Stromes entspricht.

Das Verhältniß wird anders, wenn man den Inductionsstrom während des kurzen Zeitmoments seiner Dauer unterbricht; man erhält alsdann am Galvanometer einen Ausschlag, welcher sich verhält wie die Elektrizitätsmenge, die während der kurzen Dauer des Stroms, von seinem Anfange bis zu seiner Unterbrechung, entwickelt worden ist. Führt man auf diese Weise fort den Strom mehrere Mal und in ungleichen Intervallen zu unterbrechen, so erhält man eine Folge von Ausschlägen, welchen die diesen verschiedenen Intervallen entsprechenden Elektrizitätsmengen darstellen. Wenn  $i^0, i', i'', i'''$  etc. die Mittelintensität des Stroms, und  $t^0, t', t'', t'''$  etc. die entsprechenden Zeitintervalle bezeichnen, so können die Ausschläge durch die Producte:  $i^0 t^0, i' t', i'' t'', i''' t'''$  dargestellt werden. Man erhält auf diese Weise ein Mittel, die Variationen der Intensität zu bestimmen und graphisch darzustellen, indem auf die Abscissenaxe die *gegebenen Zeitintervalle* und als Ordinaten die entsprechenden Ausschläge des Inductionsstromes aufträgt. Hiedurch erhält man eine Reihe von Punkten, welche einer krummen Linie entspricht, die das Gesetz der entwickelten Elektrizitätsmengen zeigt.

Sind  $y^0, y', y'', y'''$  die Ordinaten derselben, so hat man die Gleichungen

$$\begin{aligned} i^0 t^0 &= y^0 \\ i' t' &= y' \\ i'' t'' &= y'' \text{ etc.} \end{aligned}$$

in welchen, wie eben gesagt worden,  $i^0, i', i''$  etc. die *mittlern Intensitäten* bedeuten.

Um die wirklichen Intensitäten zu erhalten, geht man aus von der ersten Gleichung

$$(1) \quad i^0 t^0 = y^0$$

worin  $i^0$  als die wirkliche Intensität angesehen wird, wenn  $t^0$  klein genug genommen wird; giebt man  $t^0$  einen kleinen Zuwachs  $\Delta t$ , so erhält man, wenn  $i'$  die mittlere Intensität während des Zuwachses  $\Delta t$  und  $y'$  die während der Zeit  $t^0 + \Delta t$  entwickelte Elektrizitätsmenge bezeichnen:

$$(2) \quad i^0 t^0 + i' \Delta t = y'$$

Subtrahirt man die Gleichung (1) von der Gleichung (2) so hat man:

$$i' \Delta t = y' - y^0$$

und also

$$(3) \quad i' = \frac{y' - y^0}{\Delta t}$$

Je kleiner  $\Delta t$  genommen wird, desto kleiner werden die Variationen von  $i'$ , und wenn  $\Delta t$  klein genug ist, kann man ohne Fehler annehmen, daß  $i'$  der Zeit  $t^0 + \frac{\Delta t}{2}$  entspreche, oder, wenn  $\Delta t = t' - t^0$ , diese Zeit  $= \frac{t^0 + t'}{2}$  werde.

Durch dieses Verfahren erhält man eine Reihe von Werthen für die wirkliche Intensität, deren Variationen nun dargestellt werden kann durch eine Curve, für welche die Abscissen die Zeiten  $t$  und die Ordinaten die Werthe von  $i$  ausmachen. Für den Rauminhalt  $R$  zwischen dieser Curve und der Abscissenaxe erhält man die Gleichung:

$$R = i^0 t^0 + i' \Delta t + i'' \Delta t'' + \text{etc.}$$

## II.

Diese Methode ist von mir angewandt worden, um den Intensitätsverlauf bei Volta-Inductionsströmen zu bestimmen; ich benutzte hiebei

1. Das Weber'sche Magnetometer mit Multiplicatoren und Spiegelablesung, nach der Methode des Hrn. Edlund<sup>1)</sup>, so eingerichtet, daß ein ganz astatisches Na-

1) *Oefversigt af Svenska Vet. Akad. Handl.* 1861. No. 2.

delpaar an einem silbernen Draht hängt, dessen Drehung die eigentliche Directionskraft ausmacht.

2. Eine Inductionsrolle, bestehend aus zwei neben einander aufgewickelten mit Seide besponnenen Kupferdrähten von  $0^{\text{mm}},5$  Durchmesser, enthielt zwei Lagen neben einander jede von 79 Windungen, deren äußerster Durchmesser  $134^{\text{mm}},3$  betrug. Der eine von diesen Drähten bildete die inducirende, der andere die inducirte Strombahn.

3. Zur Hervorbringung des inducirenden Stromes diente eine Batterie von 8 Bunsen'schen Elementen mittlerer Größe.

4. Um die nöthigen Schließungen und Oeffnungen sowohl des inducirenden als des inducirten Stromes hervorzubringen, wurde die von Hrn. Helmholtz construirte *galvanische Wippe* angewandt. Vermittelst dieses Instruments, welches von dem Mechaniker der Akademie der Wissenschaften zu Stockholm mit äußerster Sorgfalt gefertigt worden war, konnte ich folgende Operationen ausführen.

a) Den inducirenden Strom schliessen und gleich darauf den Inductionsstrom nach verschiedenen Zeitintervallen unterbrechen.

b) Den inducirenden Strom und gleich darauf den hiedurch entstandenen inducirten Strom, auch nach ungleichen Zeitintervallen, unterbrechen.

c) Durch dieselben Schließungs- und Oeffnungsstellen, die in den beiden vorherigen Momenten angewandt wurden, einen directen galvanischen Strom während einer genau so langen Zeit wie der Inductionsstrom gedauert hatte, circuliren lassen. Der genannte Strom, der in den meisten Fällen durch eine Batterie von 4 Daniell'schen Elementen hervorgebracht wurde, diente dazu, die Zeitintervalle der Dauer des Inductionsstromes zu bestimmen.

Die genauere Beschreibung dieses sinnreichen Instruments und alle der Modificationen, die dasselbe erfahren mußte, ebenso wie aller Schwierigkeiten die ich zu über-

winden hatte ehe die Resultate des Messens den nöthigen Grad von Sicherheit erreichten, muß ich hier übergehen und erlaube mir den Leser auf die Abhandlung <sup>1)</sup> selbst zu verweisen, in der ich versucht habe, alle Fälle so darzustellen, daß man nicht allein der Untersuchung folgen, sondern auch die Resultate derselben genau controliren kann. Das erwähnte Instrument wurde auf folgende Weise angewandt.

Von der Batterie wurde der eine Pol mit der Wippe direct verbunden, der andere mit dem einen Draht der Inductionsrolle, dessen anderes Ende ebenfalls zur Wippe geführt wurde, vermittelt welcher nun eine Schließung oder Oeffnung des inducirenden Stromes vollzogen werden konnte, je nachdem man den umgekehrten oder directen Inductionsstrom haben wollte.

Der zweite Draht der Inductionsrolle wurde an einem Ende mit dem Galvanometer, und am anderen mit der Wippe verbunden, zu welcher auch der zweite Galvanometerdraht geleitet wurde, so daß auch der Inductionsstrom nach Belieben unterbrochen werden konnte.

Um die Zeit der Dauer des Inductionsstromes zu mes-

- 1) Es kommen in derselben einige schwere Druckfehler vor, welche hier berichtigt werden:

Page 17 ligne 30 au lieu de: de l'électromètre lisez: du galvanomètre

„ 18 „ 37 changez e en e' et vice versa

„ 19 „ 11 changez s en s' et vice versa

„ 19 „ 14 au lieu de  $l = \frac{s'M+m}{sM'+m} l$  lisez:  $l' = \frac{s'(M+m)}{s(M'+m)} l$

„ 19 „ 15 dans l'avant dernière formule changez M' en M et dans la dernière l en l'

„ 20 „ 6 au lieu de 2 lisez: 3

„ 20 „ 39 „ 4 „ 1

„ 67 „ 9 „  $y = ax + bx^2 + cx^3$  lisez:  $y = ax + bx^3 + cx^3$

„ 73 l'ordre des séries au lieu de XI, XII, XIII lisez: XII, XIV, XI

„ 74 „ 1 au lieu de XIV „ XIII

„ 76 „ 24 „ courbe klmn et k'l'm'n „ courbe xyz'o" et xy'z'o"

„ 80 „ 21 „ XI „ XII

„ 80 „ 26 „ XIV „ XI



sen, wurde ein directer galvanischer Strom durch die Wippe zu dem Galvanometer geführt, auf die Weise, daß dieser Strom eine genau ebenso lange Zeit wie der Inductionsstrom wirkte. Dieser Strom wird weiterhin zeitmessender Strom genannt.

Will man nun z. B. den Schließungsinductionsstrom untersuchen, so wird mittelst der Wippe der inducirende Strom geschlossen und augenblicklich darauf der inducirte Strom unterbrochen. Der Ausschlag, welcher an dem Galvanometer beobachtet wird, zeigt alsdann die von dem Inductionsstrome entwickelte Elektricitätsmenge, welche oben mit  $i^0 t^0$  oder  $y^0$  bezeichnet wurde. Der größeren Sicherheit wegen wurden gewöhnlich *fünf* Ausschläge nach einander beobachtet, dann der zeitmessende Strom eingeleitet und *zehn* Beobachtungen gemacht, welche  $t^0$  darstellen, darnach wieder *fünf* Ausschläge des Inductionsstromes, um sich zu überzeugen, daß die Wippe unverändert geblieben. Durch eine ganz geringe Drehung einer Schraube an der Wippe wurde ferner die Dauer des Inductionsstromes verändert und dasselbe Verfahren wie oben wiederholt, wodurch Werthe von  $i' t'$  oder  $y'$  und  $t'$  erhalten wurden. Auf diese Weise wurde der Inductionsstrom gewöhnlich nach *acht* und *neun* ungleichen Zeitintervallen untersucht. Alle Ausschläge in der einen und derselben Reihe von Beobachtungen wurden auf eine und dieselbe Stromstärke reducirt, welche für den Inductionsstrom repräsentirt wurde durch den letzten Ausschlag, den man erhielt, als er ohne Unterbrechung auf das Galvanometer wirkte, für den zeitmessenden Strom, den derselbe hervorbrachte dadurch, daß er als inducirender Strom durch die Inductionsrolle geleitet wurde. Weil dieser Ausschlag sehr wenig variierte, wurde der zeitmessende Strom in allen den wichtigsten Reihen auf eine und dieselbe Stromstärke reducirt.

Es ist bewiesen, daß ein directer galvanischer Strom zur Messung der aller kleinsten Zeiten dienen kann. Die Methode gehört Pouillet an, ist aber von Hrn. Helmholtz vervollkommenet worden, welcher bewiesen hat, daß sie nur

in dem Falle genau ist, wenn eine Correction wegen des in den Windungen des Galvanometers gebildeten Extrastromes angebracht wird. Im vorliegenden Falle wurde die genannte Correction auf die Weise vollzogen, daß dieselbe für eine Anzahl ungleicher Ausschläge direct gemessen wurde, wodurch man eine Folge von Correctionen erhielt, aus welcher man durch einfache Interpolation die für jeden Fall nöthige herleitete.

Durch einen besonderen Apparat, welcher in der Abhandlung genau beschrieben ist, wurde der Betrag der Ausschläge des zeitmessenden Stromes im absoluten Zeitmaasse untersucht, und aus zwei verschiedenen Reihen von Experimenten mit großer Wahrscheinlichkeit der Betrag eines Scalentheiles hergeleitet:

$$1 \text{ Scalentheil} = 0^{\text{sec}},0000095 \text{ oder rund} = 0^{\text{sec}},00001.$$

Größerer Deutlichkeit wegen mag hier eine Reihe <sup>1)</sup> Beobachtungen für den Schließungsstrom angeführt seyn: *dJ* bezeichnet den Ausschlag des Inductionsstroms, *rt* den Ausschlag des zeitmessenden Stroms, *Corr* die Correction des Extrastroms in der Bahn des zeitmessenden Stroms und *Corr rt* das wirklich relative Zeitmaass:

	<i>dJ</i>	<i>rt</i>	<i>Corr</i>	<i>Corr rt</i>
1.	15,48	3,44	1,03	4,47
2.	22,71	5,44	1,51	6,95
3.	49,24	7,53	4,81	12,34
4.	65,25	31,77	14,89	46,66
5.	85,11	53,81	22,58	76,39
6.	117,65	109,58	27,65	137,23
7.	145,46	186,90	31,26	218,2
8.	162,45	555,05	42,04	597,1.

Eine jede der Zahlen in den Columnen *dJ* und *rt* ist das Mittel aus zehn verschiedenen Ausschlägen, und alle Zahlen für *dJ* sind auf eine und dieselbe Stromstärke 176,5 reducirt worden, entsprechend dem totalen Ausschlage für den ganzen Inductionsstrom, und die Zahlen von *rt* auf

1) In dem *Mémoire VI* Reihe des Schließungsstromes.

eine und dieselbe Stromstärke 39,52. Diese Zahlen wurden auf folgende Weise angewandt.

1. Alle Zahlen, sowohl die für  $dJ$  wie für  $Corr\ rt$ , wurden durch 10 dividirt, wodurch die angenommene Zeiteinheit  $= 0^{sec},0001$  wurde, und die Resultate eine so zu sagen zehnfache Sicherheit erlangten.

2. Auf einer im Quadrate eingetheilten Karte wurden alle  $Corr\ rt$  auf die Basis oder Abscissenaxe, und alle entsprechenden  $dJ$  als rechtwinklige Ordinaten aufgetragen, wodurch man eine Reihe von Punkten auf der Karte erhielt.

3. Durch diese Punkte wurde mit freier Hand eine Curve gezogen, so daß jeder Punkt auf den Gang derselben *einen gehörigen Einfluß ausüben* konnte. Diese Curve stellt das Gesetz der entwickelten Elektricitätsmengen dar, und die Ordinaten derselben entsprechen  $i^0 t^0, i^1 t^1, i^2 t^2$  etc. oder  $y^0, y^1, y^2, y^3$  etc., die Abscissen aber  $t^0, t^1, t^2, t^3$ , etc.

4. Diese Curve, als richtig angenommen, gab nun die Ordinaten oder die Elektricitätsmengen für eine beliebige Zeit, und mit deren Hülfe wurde die Intensität berechnet und die Curve gezogen (Gleich. 3). In und bei dem Zeitmomente, wo die Intensität auf ihrem Maximum war, waren die Ausschläge des Inductionsstromes sehr veränderlich, so daß eine große Anzahl, ja bis 20 Ausschläge genommen werden mußten. Wenn dieses Maximum in einem Zeitmomente, der nicht ganz am Anfange lag, eintrat, so entstanden bei dem Auftragen der Curve gerade am Punkte des Maximums gewisse Schwierigkeiten. Hierbei wurde auf folgende Weise verfahren: Der kleinste Ausschlag des zeitmessenden Stromes und der kleinste Ausschlag des Inductionsstromes im Punkte des Maximums wurden gehörig reducirt zusammengestellt; ebenso die *größten* Ausschläge für beide. Hiedurch erhielt man zwei Punkte, welche jetzt auf den Gang der Curve Einfluß ausüben dürften.

## III.

Dieses Verfahren ist bei 24 Reihen von Beobachtungen, sechs verschiedene Fälle umfassend, angewandt worden. Es sollte hiebei der Einfluß untersucht werden, welchen die Extraströme in der *Bahn des inducirenden Stromes* auf den inducirten Strom ausüben, und auf welche Weise der letztere sich bei einem vergrößerten Widerstand in seiner Bahn verhalte, ebenso der Fall, wenn ein Kern von weichem Eisen sich in der Inductionsrolle befindet.

## A.

1. *Der Schließungsstrom oder der indirecte inducirte Strom.*

Der Widerstand in der Bahn des inducirenden Stromes, d. h. in der Batterie, den Leitungsdrähten und der Inductionsrolle =  $217 R_1$ . In der Inductionsbahn, d. h. in der Rolle, der Leitung und dem Magnetometer =  $133 R_1$ .  $R_1$  bezeichnet Theile eines feinen neusilbernen Drahtes.

In der ersten Hälfte der Zeiteinheit, d. h.  $0^{\text{Sec}},0001$  erreicht die Intensität schon das Maximum, fällt aber gleich darauf ganz plötzlich, so daß sie schon am Anfange der zweiten Zeiteinheit bis auf ein Neuntel des Maximums der Intensität gesunken ist, worauf die Zeitintensitätscurve der Aze asymptotisch folgt. Siehe Fig. 1, Taf. IV, wo durch die Curve *abcd* das Gesetz der entwickelten Elektrizitätsmengen, und die Curve *ab'c'd'e'f'* der Verlauf der Intensität bezeichnet ist. Die Scale ist kleiner als  $\frac{1}{2}$  der in der Abhandlung gegebenen. Die Zahlen auf der Abscissenaxe bezeichnen  $0^{\text{Sec}},0001$ .

2. *Der Oeffnungsstrom oder der directe Inductionsstrom.*

Der Widerstand in den beiden Strombahnen wie früher.

Die Intensität des Stromes steigt anfangs sehr langsam, aber nach ungefähr  $0^{\text{Sec}},0007$  tritt ganz plötzlich ein Maximum ein, worauf die Intensität eben so plötzlich, d. h. binnen derselben Zeiteinheit, bis zu ungefähr  $\frac{1}{5}^{\text{tel}}$  bis  $\frac{1}{3}^{\text{tel}}$  des Maximums abnimmt, worauf die Curve sich der  $x$ -Aze asymptotisch nähert. Siehe die Fig. 2, Taf. IV, wo die Curve

*abcdef* die Elektricitätsmengen und *ab'e'd'e'f'* den Intensitätsverlauf bezeichnet.

### B.

*Mit vermehrtem Widerstande in der Bahn des inducirenden Stromes.*

#### 1. Der Schließungsstrom.

a) Der Widerstand in der Bahn des inducirenden Stromes	= 217 R.
Hinzugefügter Widerstand	= 180 R.
	Summa 397 R.

Der Widerstand in der Inductionsbahn unverändert.

Das Maximum der Intensität tritt nun binnen des ersten Drittels der Zeiteinheit, d. h. binnen  $0^{\text{sec}},00003$  ein und ist jetzt bedeutend höher als im Falle A, No. 1. Wenn das Maximum dort bis 9 stieg, muß es in diesem Falle mit 13,3 bezeichnet werden. Das Fallen der Intensität ist ebenso jähe wie früher, so daß kaum  $0^{\text{sec}},00005$  vergangen sind, um noch  $\frac{1}{13}$  Theil ihres höchsten Betrages auszumachen. Wie vorhin folgt die Curve asymptotisch der *x*-Axe, was immer der Fall war, darum wird dieses Umstandes nicht mehr erwähnt. Es ist natürlich, daß der totale Ausschlag des Inductionsstromes jetzt bedeutend kleiner war als im Falle A.

b) Wird der Widerstand in der Bahn des inducirenden Stromes noch weiter vergrößert, welches in zwei Reihen, wo der Widerstand in der ersten insgesamt 443,5 R. und in der letzteren 493,6 R. betrug, untersucht, so zeigt die Intensität im Maximum eine Abnahme, ohne doch im ersten Falle kleiner zu werden als im Falle A No. 1, aber im zweiten Falle ist sie schon bedeutend herunter gegangen. Uebrigens dieselben Eigenschaften wie vorher.

#### 2) Der Öffnungsstrom.

Wenn der Widerstand in der Bahn des inducirenden Stroms auf dieselbe Weise vergrößert wird, so zeigt die Intensitätscurve dieselben Eigenschaften wie früher, aber das Maximum wird im Verhältniß zu der Vergrößerung des Widerstandes gegen den Anfang des Stromes verlegt.

- a) Der totale Widerst. =  $217 R_1$  das Max. nach  $0^{\text{Sec}},0007$   
 b) " " " =  $397 R_1$  " " "  $0^{\text{Sec}},00038$   
 c) " " " =  $443,5$  " " "  $0^{\text{Sec}},00036$   
 d) " " " =  $493,6$  " " "  $0^{\text{Sec}},00025$

In *a*, *b* und *c* ist die höchste Intensität gleich groß, aber in *d* bemerkt man eine bedeutende Verminderung.

3. Wenn der Widerstand in der Form einer Drahtrolle eingeschaltet wurde, erhielt man folgende Resultate.

Der Widerstand in der Bahn des inducierenden Stromes . . . . . =  $220,9 R_1$   
 Hinzugefügter Widerstand in der Form einer Rolle . . . . . =  $114,7 R_1$   
 Summa =  $335,6$ .

a) Der Schließungsstrom zeigt jetzt einen Intensitätsverlauf, in welchem die hohe Intensität gänzlich verschwunden ist, und die Curve hat ein Maximum, das nach  $0^{\text{Sec}},0012$  nur bis  $0,36$  steigt, worauf sie wie früher der *x*-Axe asymptotisch folgt. Siehe Fig. 1, Taf. IV die Curve *agh*, die den Intensitätsverlauf darstellt.

b) Der Oeffnungsstrom dagegen hat seine hohe Intensität beibehalten, aber dieselbe tritt jetzt erst nach  $0^{\text{Sec}},00175$  ein, im Maximum bis zu  $7,5$  aufsteigend, wonach die Curve dieselben Eigenschaften wie vorhin zeigt. Siehe Fig. 2, Taf. IV, wo die Curve *aghikl* die Menge, und *ag'h'i'k'l* den Verlauf der Intensität anzeigt.

Alle die in der Abtheilung *B* dargestellten Eigenschaften des Inductionsstroms zeigen deutlich, daß die Extrastrome in der Bahn des inducirenden Stromes einen großen Einfluß auf den Intensitätsverlauf ausüben. Durch vermehrten Widerstand nimmt die Intensität beim Schließungsextrastrom ab und die Wirkung davon wird sogleich an dem Schließungsinductionsstrom bemerklich (Abth. *B* No. 1 *a* und *b*). Wird eine Rolle eingeschaltet, so verstärkt dieselbe den Schließungsextrastrom und man sieht nun (Abth. *B* No. 3 *a*) die Intensitätscurve gänzlich abgeplattet, beinahe ohne Spur ihrer früheren hohen Intensität,



Der Einfluss des Extrastromes ist geringer auf den Oeffnungsstrom, aus der natürlichen Ursache, daß nur der Theil davon, welcher während der Oeffnung entstanden ist, Gelegenheit bekommt zu wirken. Doch sieht man, (Abth. B No. 2) daß eine Verminderung seiner Stärke durch Widerstand eine Versetzung des Maximums des Inductionsstromes gegen den Anfang zu Wege bringt, dagegen aber eine Vermehrung derselben durch Widerstand in der Form einer Rolle eine Versetzung des Maximums weiter vom Anfang ab, was deutlich beweist, daß ein nicht so geringer Theil des Oeffnungsextrastromes bei der Unterbrechung mit folgt, und durch den Funken geht, wenn ein solcher eintritt.

## C.

*Mit Widerstand in der Bahn des Inductionsstromes.*

1. *Der Widerstand in der Inductionsbahn war in den vorigen Reihen gemessen:*

Widerstand in der Inductionsrolle . 68,2 R.

„ „ dem Magnetometer . 64,8

Summa = 133,0

„ vergrößert mit . . . 162,0

Die ganze Summe machte also . . 295,0 R. aus.

a) *Der Schließungsstrom zeigt hier nur eine bedeutende Verminderung der Intensität im Maximum, aber die Curve behält übrigens ihre Form.*

b) *Die höchste Intensität des Oeffnungsstroms hat sich ein wenig gesteigert; die Curve verhält sich übrigens wie vorhin.*

2. *Der Widerstand wurde eingeschaltet in der Form einer Rolle = 114,7 R.; der ganze Widerstand betrug 247,7 R. und jetzt zeigten die beiden Ströme einen ganz gleichen Intensitätsgang; die ganze Intensitätscurve lief längs der x-Axe und bot für beide Ströme ein kaum merkbares Maximum dar, welches für den Schließungsstrom nach 0<sup>Sec</sup>,0025 und für den Oeffnungsstrom nach 0<sup>Sec</sup>,0018 eintrat.*

Hieraus sieht man, daß der durch den Inductionsstrom selbst hervorgerufene Extrastrom einen großen Einfluß auf den Intensitätsverlauf ausübt.

#### D.

Wenn ein Kern von weichem Eisen in die Intensitätsrolle gelegt wurde, vergrößerte sich der Ausschlag in dem Grade, daß die Anzahl der Elemente in der Batterie bis zu zwei verringert werden mußte, und jetzt zeigte sich:

a) Die Intensitätscurve des Schließungsstromes gänzlich abgeplattet (Fig. 1, Taf. IV Curve *mnp*).

b) Der Oeffnungsstrom aber zeigte den Intensitätsverlauf der in Fig. 2 Curve *am'n' o'p'* abgebildet ist, deren entsprechende Quantitätscurve durch *amnop* dargestellt wird. Dessen höchste Temperatur tritt nun in dem ersten 0<sup>sec</sup>,0001 ein und steigt, trotz geringer Stärke der Batterie, bis zu einer bedeutenden Höhe.

Eine genauere Untersuchung vieler der Curven, welche besonders für den Oeffnungsstrom gezogen worden sind, zeigt, daß im Anfange des Stromes ein Steigen und Fallen seiner Intensität eintritt. Diefs Resultat <sup>1)</sup> ist in der Abhandlung nicht gehörig beachtet worden, obgleich viel Grund dazu vorhanden war in nicht weniger als vier Beobachtungsreihen dieses Stromes und wenigstens in einer Reihe des Schließungsstromes. Diese Eigenschaft scheint hauptsächlich von dem Widerstande sowohl in der Bahn des inducirenden als der des inducirten Stromes abhängig zu seyn, was bei vermehrtem Widerstande deutlich hervortritt. Die Ursache dieser Undulationen in der Intensität hat am wahrscheinlichsten ihren Ursprung in der Funkenbildung und den Phänomenen die hiebei vorgehen, indem in dem Funken eine elektromotorische Kraft entsteht entgegengesetzt in Richtung dem Hauptstrome, was von

1) Die Veranlassung hierzu habe ich durch die von Hrn. Blaserna gefundenen Thatsachen erhalten (*Journ. des Sc. nat. et ocon. di Palermo* 1870). Dasselbe Resultat ist auch in der Abhandlung erwähnt worden.

dem Hrn. Edlund ganz entschieden nachgewiesen worden ist.

Die Methode, welche zur Messung der Zeiten gebraucht wurde, gab Gelegenheit zu einem Vergleiche zwischen der Intensität des Inductionsstroms und der des zeitmessenden Stroms. In einer Reihe von Beobachtungen des Schließungsstromes stieg die Intensität im Maximum bis auf 13,3, d. h. in einem unendlich kurzen Zeitintervall entwickelte der Inductionsstrom eine Elektrizitätsmenge, welche 13,3 Mal größer war als die von vier Daniell'schen Elementen entwickelte. Ein Inductionsstrom von 8 Bunsen'schen Elementen giebt also eine Intensität, die 52 Daniell'schen Elementen entspricht.

Ein directer Vergleich zwischen dem inducirenden Strom und dem Schließungs-Inductionsstrom zeigte folgende Resultate:

Inducirender Strom		Inductionsstrom	
Widerstand	Ausschlag	Widerstand	Ausschlag
356 R.	5,2	133	16,14
394	3,73	"	16,5
414	3,7	"	13,45
446	2,58	"	10,83
494	2,18	"	7,82

Die Zeit, in welcher diese Ströme wirkten, betrug  $0^{\text{Sec.}},00003$ .

*Aus diesen Resultaten tritt deutlich hervor, daß der Inductionsstrom unter gewissen Verhältnissen eine Elektrizitätsmenge entwickelt, welche vier Mal größer ist als die von dem inducirenden Strome hervorgebrachte. Es ist sehr wahrscheinlich, daß dieses, bei dem Oeffnungsstrom, in noch höherem Grade der Fall ist, obgleich kein directer Vergleich angestellt werden konnte.*

*Wurde ein Kern von weichem Eisen in die Inductionsrolle geschoben, so zeigte der Oeffnungsstrom eines durch zwei Bunsen'sche Elemente erzeugten Hauptstromes eine Intensität in Maximo, welche 20 solchen Elementen entsprach.*

Es ist klar, daß die oben dargestellten Resultate eine ausgebreitete Anwendung finden bei dem Erklären der außerordentlichen elektrischen Wirkungen, welche man in letzteren Zeiten durch die magneto-elektrischen, elektromagnetischen und besonders die dynamo-elektrischen Apparate erhalten hat. Die Wirkungen dieser Apparate werden durch Induction und mechanische Arbeit vermittelt, indem die letztere durch Induction in Elektrizität übergeht. Dieser Uebergang geschieht auf die Weise, daß durch die mechanische Arbeit eine schnelle Folge von Inductionsströmen erzeugt wird, in welche so weit als möglich nur der Theil des Stromes, der die höchste Intensität besitzt, eingeht.

Was die Resultate und deren Anwendung sonst betrifft, muß ich den Leser auf die Abhandlung selbst verweisen.

Anmerkung. In den *Annal. de chim. et de physique*, Avril 1871, p. 508, behauptet Hr. Bertin, indem er meiner Arbeit in einer Weise erwähnt, die alle Leser von ihr abschrecken muß, daß die von mir erhaltenen Resultate denen von Hrn. Blaserna (l. c.) widersprechen. Er hat sich aber nicht die kleine Mühe gegeben zu beachten, daß meine Anordnung der Experimente eine ganz andere war als die des Hrn. Blaserna, und besonders, daß meine Inductionsrolle aus *zweien parallel nebeneinander aufgewickelten* Drähten bestand, ein Umstand, welcher hinreichend ist, die scheinbaren Widersprüche, die da vorkommen, zu erklären. Es scheint mir im Gegentheil, daß die Resultate des Hrn. Blaserna und die meinigen sich gegenseitig ergänzen.

---

### III. Ueber zwei ausgezeichnete Fälle des Reflexionstons zweiter Gattung; von J. J. Oppel.

(Aus d. Jahresbericht. d. physikal. Vereins zu Frankfurt a. M. 1869—70.)

Als vor 16 Jahren der Schreiber dieser Zeilen die Aufmerksamkeit der Akustiker auf jene seltsamen Töne zu lenken suchte, welche durch Reflexion eines beliebigen starken Geräusches an den Stäben eines *Gitters* erzeugt werden <sup>1)</sup> und für welche er daher den Namen „*Reflexionstöne*“ oder auch „*Gittertöne*“ vorschlug, sprach er am Schlusse des betreffenden Aufsatzes <sup>2)</sup> die Vermuthung aus, daß es noch eine zweite Gattung von Reflexionstönen geben möge; daß die Empfindung eines Tones im musikalischen Sinne auch durch wiederholte Zurückwerfung irgend einer Lufterschütterung zwischen zwei hinlänglich nahen *parallelen Wänden* möglich sey. Die Vermuthung bestätigte sich bald <sup>3)</sup>; ja es zeigte sich, daß dieser „*Reflexionston*“ zweiter Art für den einmal darauf aufmerksamen Beobachter nichts weniger als eine seltene Erscheinung, daß es vielmehr in langen Gängen, schmalen Zimmern, engen Straßen oder Feldwegen zwischen Mauern, kurz überall wahrzunehmen ist, wo zwischen parallelen oder nahezu parallelen, nicht über sechs Meter entfernten Wänden eine momentane Schall-Erregung stattfindet. Jenes schmale Gässchen vor dem Eschenheimer Thor zu Frankfurt a. M., welches die erste Beobachtung lieferte (und welches später den officiellen Namen „*Gärtnerweg*“ erhielt) ist neuerdings mit Basalt gepflastert worden, wodurch der klangvolle, metallische Ton nur an Stärke und Deutlichkeit gewonnen hat, so daß es seitdem auch von vielen

1) Pogg. Annalen Bd. 94 S. 357 ff., S. 530 ff.

2) Ib. Bd. 94 S. 570—71.

3) Ib. Bd. 101 S. 105—133.

anderen Personen unabhängig und selbstständig beobachtet worden. Es giebt zugleich (wie z. B. in unserem Jahresbericht 1860—61 S. 53 usw. nachgewiesen worden) das einfachste und bequemste Mittel zur Beurtheilung der geringsten Abweichungen zweier Wände von der parallelen Lage, sowie zur Schätzung ihrer Distanz ab, welche beiden Verhältnisse somit das Ohr weit sicherer und genauer als z. B. das Auge zu schätzen vermag. Nimmt in einem solchen Gange usw. die Tonhöhe des Klanges meiner Schritte z. B. um eine kleine Terz oder nur um einen halben Ton plötzlich zu oder ab, so weiß ich alsbald, daß der Gang hier um  $\frac{1}{4}$ , beziehungsweise um  $\frac{1}{16}$  seiner bisherigen Breite enger oder breiter geworden. Ist der Ton im *allmählichen* Sinken begriffen, so weiß ich, auch wo ich es mit dem Auge noch lange nicht wahrnehmen kann, daß mein Weg *allmählich* breiter wird, und höre zugleich um wie viel die Breite z. B. auf je 10 Schritt zunimmt. Die in alten Städten, wie die unserige, früher so häufigen Aufsentreppen vor den Hausthüren sind in neuerer Zeit gesetzwidrig geworden; sollen Stufen zur Thüre emporführen, so muß diese zurück-, jene müssen einwärts (innerhalb der Grundfläche des Hauses) gelegt werden, so daß sie sich bei den neueren Häusern *zwischen zwei Wänden* befinden. Steige ich daher solche Stufen hinauf, so sagt mir der Ton  $c^1$ , in welchem meine Tritte bis zur Hausthür wiederhallen, *sofort* aufs Bestimmteste daß (bei mittlerer Lufttemperatur) die Wände zu meiner Rechten und Linken  $130^{\text{cm}}$  entfernt, resp. die Stufen  $130^{\text{cm}}$  breit sind; ist der Gang einen halben, einen ganzen Ton, oder eine kleine, eine große Terz usw. höher oder tiefer, so brauche ich dieses Maafs nur um  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  seines Betrages zu verringern oder zu vergrößern, um die richtige Dimension fast bis auf eine Fingerbreite genau zu haben, jedenfalls aber genauer als das Auge sie schätzen würde. Rolle ich einen Kupferstich oder einen Bogen Zeichenpapier zusammen, so herrscht in dem dadurch entstandenen Geräusch ein bestimmter Ton entschieden vor,



und belehrt mich unmittelbar über die *Breite* meines Papiers. Vernehme ich jetzt, beim Zusammenrollen in der *anderen* Richtung etwa die Quarte des vorigen Tons, so weiß ich ohne alle Messungen, daß die beiden Dimensionen des Blattes sich wie 3 zu 4 verhalten usw. Ebenso kann umgekehrt ein zusammengerolltes Notenblatt von *bekannter* Breite, zumal wenn es aus etwas steifem und hartem Papier besteht, geradezu eine *Stimmgabel* ersetzen <sup>1)</sup>. Daß endlich den besagten Tönen, wie den meisten anderen, auch die harmonischen *Obertöne* nicht fehlen, ist bereits im Jahresbericht 1861—62 S. 43 ausführlich erwähnt worden.

Ich habe mir diese flüchtige Erinnerung an früher besprochene Einzelheiten des Zusammenhanges wegen und in der Voraussetzung erlaubt, daß sie nicht allen Lesern der folgenden Zeilen (zu deren Verständniß sie erforderlich schienen) noch ganz geläufig seyn werden. Zwei mir in den letzten Jahren vorgekommene ausgezeichnete und in jeder Beziehung lehrreiche Fälle nämlich eben dieses Reflexionstones *zweiter* Gattung sind es, über die ich hier kurz zu berichten habe.

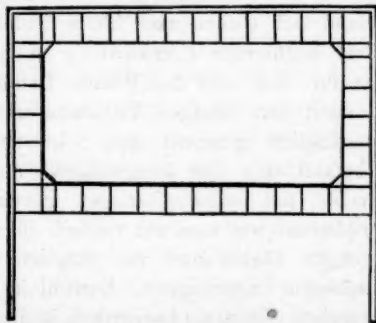
In dem anderthalb Meilen von Frankfurt entfernten romantisch gelegenen Gebirgsorte *Kronberg*, der als Sommeraufenthalt von hier aus viel benutzt zu werden pflegt und in welchem ich vor mehreren Jahren gleichfalls einige Wochen zubrachte, befand sich damals eine kleine Badeanstalt, die von einem dort begüterten Frankfurter, wenn ich nicht irre, zunächst für sich und der Seinen Bedürfnisse angelegt, doch auch dem übrigen Publikum im Falle des Begehrens zugänglich gemacht war. In dem kleinen Zimmerchen befand sich eine ausgemauerte und an ihrer ganzen Innenseite mit quadratförmigen Porcellan- oder glasirten Thonplatten (wie man sie vielfach für Oefen verwendet) ausgelegte Badewanne von länglich-viereckiger Gestalt und mäßigen Dimensionen. Sowohl in dem einen der Badezimmerchen selbst, als namentlich in dieser Wanne

1) Vergl. Jahresbericht 1862—63 S. 14—16.

zeigte sich ein eigenthümlicher und bei der letzteren höchst auffallender Wiederhall von bestimmter Tonhöhe, der durch jedes beliebige Geräusch geweckt ward. Für den in der Wanne befindlichen Beobachter genügte das mindeste Plätschern des Wassers, das leiseste Räuspern, ein ganz schwacher Schlag in die Hand, ja jedes tiefere Athmen und selbst das Ticken der in der Hand gehaltenen Taschenuhr, um jenen eigenthümlichen Ton in deutlichster Weise hervorzulocken. Aber nicht sowohl ein Ton war es, als vielmehr ein *Accord*, und zwar, wie mir gleich bei der ersten Beobachtung auffiel, ein *dissonirender*, also nicht etwa ein durch blofse Obertöne bewirkter. Die beiden Töne, welche sich am entschiedensten geltend machten, bildeten das Intervall einer zu knappen *Note*, so zwar, daß ich den tieferen derselben als das kleine Ges (ges<sup>0</sup>), den höheren als ein etwas zu tiefes as<sup>1</sup> ansprach.

Beim nächsten Besuch nahm ich zum Zweck einer Vergleichung der betreffenden räumlichen Dimensionen einen Centimeter-Maafsstab mit.

Die vier Ecken der Badewanne waren durch je eins der erwähnten quadratischen Thonplättchen, das im Winkel von ungefähr 45° gegen die benachbarte Wand stand, abgekanthet, so daß der horizontale Durchschnitt eigentlich ein Achteck von dieser Form bildete.



Die längeren Saiten bestanden aus je 10, die kürzeren aus je 4 der erwähnten quadratischen Thonplatten, so daß, mit Hinzunahme der 4 schräg gestellten an den Ecken, der ganze Umfang der vertikalen Wände von je 32 Platten gebildet ward, während der obere Rand der Wanne noch von einem in horizontaler Ebene liegenden Kranze ähnlicher Platten (und Plattentheile) nach Art der nebenstehenden Figur umgeben war, der dann an drei Seiten unmittelbar an die Wand des Zimmerchens stieß. Beim Anblick dieser Gestalt und besonders dieser Lage der vorhandenen zwei Paare paralleler Wände kam mir sofort der Gedanke, daß der eine von jenen beiden hervorstechenden Tönen durch die longitudinalen, der andere durch die transversalen Luftschwingungen oder Echos zwischen diesen Wänden hervorgebracht werden möge. Und in der That würde das beobachtete *Intervall* dieser beiden Haupttöne mit einer solchen Annahme in leidlich befriedigender Weise stimmen. Da nämlich die quadratförmigen Platten alle von gleicher Größe sind und sich demnach (mit Berücksichtigung der schräg gestellten) der Abstand der beiden kürzeren Seiten zu dem der beiden längeren wie

$$(10 + \sqrt{2}) : (4 + \sqrt{2})$$

verhält, so müßte das fragliche Intervall der beiden erzeugten Reflexionstöne durch den Bruch

$$\frac{10 + \sqrt{2}}{4 + \sqrt{2}} = 2,11 \text{ 1)}$$

ausgedrückt seyn, während das Verhältniß der gleichschwebend-temperirten *None*  $= 2^{\frac{1}{2}} = 2,24$  also etwas größer ist. Erwägt man indess, daß die *wahrgenommene* None gleich von Anfang als eine knappe erschien, und daß überdies die erwähnten schrägen Abkantungen der vier Ecken vielleicht nicht genau unter  $45^\circ$  gestanden, sondern möglicherweise mit den längeren Seiten des Grundvierecks einen etwas stumpferen Winkel gebildet haben mögen, als mit den kürzeren, wodurch der tiefere der

1) Immer bis auf  $\frac{1}{4}$  der letzten Decimale genau.

beiden Töne etwas tiefer und gleichzeitig der höhere etwas höher werden, d. h. das Intervall zwischen beiden sich etwas *vergrößern* mußte, so wird die Differenz zwischen Beobachtung und Theorie nicht mehr allzugroß, und die letztere somit genügend erscheinen.

Weit weniger will sie dagegen, seltsamerweise, mit der absoluten Tonhöhe stimmen. Die quadratförmigen Thonplatten, von denen ich *mehre* sorgfältig gemessen, zeigten, fast genau gleich, eine Seitenlänge von 130<sup>mm</sup>. Dies würde für die grössere der beiden in Rede stehenden Dimensionen  $130 \cdot (10 + \sqrt{2})^{\text{mm}} = 1^{\text{m}},484$ , und für die kleinere  $130 \cdot (4 + \sqrt{2})^{\text{mm}} = 0^{\text{m}},704$  ergeben (Beides auf  $\frac{1}{3}^{\text{mm}}$  genau). Da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft  $= c \sqrt{1 + \alpha t}$  ist, wobei  $t$  die Temperatur in Centesimalgraden über Null,  $\alpha$  den bekannten Ausdehnungscoefficienten der Luft ( $= 0,00366$ ) und  $c$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei 0° vorstellt (welche letztere nach den zuverlässigsten neueren Untersuchungen 332<sup>m</sup>,37 gesetzt wird) so ergibt sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei mittlerer Temperatur (etwa 14° angenommen <sup>1)</sup>) einen Werth von 340<sup>m</sup>,68. Dividirt man diesen durch die beiden obigen Zahlen (1,484 und 0,704), so erhält man als Schwingungszahlen der gesuchten Töne 229 $\frac{1}{2}$  und 484 d. h. (wenn man  $a^1$  nach der französischen Normalstimmung zu 435 Schwingungen annimmt) etwa die Töne  $b^0$  (etwas tiefer) und  $b^1$  (etwas höher), also allerdings die „knappe None“, aber die absolute Tonstufe fast um eine Terz zu hoch.

Diese Differenz ist nun offenbar viel zu groß, um auf Rechnung von Ungenauigkeiten oder unvermeidlichen Beobachtungsfehlern gesetzt zu werden. Ob die beobachteten Tonhöhen (ges° und as<sup>1</sup>) nach der Stimmgabel, oder nach bloßer Schätzung des Ohrs bestimmt worden, hatte ich zwar nicht ausdrücklich dazu notirt; doch ist das letztere äusserst unwahrscheinlich, weil ich die Unsicherheit meines Ohrs im Bestimmen absoluter Tonhöhen von jeher kenne

1) Ich hatte sie in Ermangelung eines Thermometers nicht gemessen.

und darum so positive Angaben ohne Vergleichung der Stimmgabel nicht leicht machen werde, wenigstens nicht ohne die ausdrückliche Hinzufügung, daß sie auf bloßer Schätzung beruhen. Was ferner die Temperatur betrifft, so war sie, trotz des zwischen Mauern eingeschlossenen, an sich kühlen Locals, im Sommer und über dem warmen Wasser des Bades etwas höher, als oben angenommen; d. h. jene Differenz wird dadurch eher noch vergrößert, als beseitigt. Endlich sind bei obiger Rechnung allerdings die beim Zusammenfügen jener glasierten Thonplatten unvermeidlichen Fugen oder Zwischenräume unberücksichtigt geblieben; allein sie waren, nach einer der ursprünglichen Notiz ausdrücklich beigeschriebenen Bemerkung, äußerst unbedeutend, die Platten *sehr genau* an einander gefügt, so daß die Annahme von 1<sup>mm</sup> für ihre durchschnittliche Breite gewiß eher zu groß ist, und selbst letztere würde die gefundene Tonhöhe noch lange nicht um einen Viertelton herabdrücken.

Ich bekenne daher offen, daß ich vorerst in der That keinen Ausweg sehe, als etwa die Annahme einer Unvollkommenheit der Theorie; insbesondere die Vermuthung, es möge vielleicht bei *solchen* parallelen Wänden, deren Zwischenraum nach *einer* Seite hin (d. h. im vorliegenden Fall nach oben) *offen* ist, irgend eine Correction in dem Sinne anzubringen seyn, daß diese seitliche (zumal einseitige) Oeffnung des Zwischenraums gleichsam eine Ausbiegung der Luftbewegung herbeiführen, d. h. so wirken könnte, als ob der Abstand der parallelen Wände etwas größer wäre. Es würde eine derartige Annahme wenigstens nicht ganz ohne Analogie seyn. Denn auch die offenen Labialpfeifen geben ja sämmtlich einen etwas tieferen (oft bedeutend tieferen) Ton als den ihrer Länge theoretisch entsprechenden, einen Ton, der dann zugleich eine Function ihrer *Weite* ist, der so vielleicht in unserem Falle auch mit von der Breite (resp. Höhe) der parallelen Wände abhängen und da diese (über dem die Wanne halb erfüllenden Wasser) nur noch ziemlich klein war, um so

größeren Modificationen unterliegen möchte (Von der Form jener Function würde es dann abhängen, ob beide Töne um ein gleiches Intervall, oder vielleicht der höhere um ein etwas größeres herabgedrückt werden, und somit die oben noch etwas zu klein gefundene Distanz der beiden Töne von einander eine weitere Erklärung finden würde). Indem ich jedoch diesen Gedanken nur als einen unmaßgeblichen Einfall ausspreche, muß ich die Beurtheilung seiner Zulässigkeit den Männern vom Fache, sowie die Vergleichung mit weiteren Thatsachen späterer Beobachtung überlassen.

Die Beantwortung der Frage, warum man die nämliche Erscheinung in gewöhnlichen Bade-Anstalten nicht beobachte, scheint mir nicht eben fern zu liegen. Die gewöhnliche Form der Badewannen nämlich eignet sich zwar (wie bereits im Jahresbericht 1858—59 S. 43 gelegentlich bemerkt worden) sehr gut zur *Reproduction* eines gegebenen Schalls oder (fertigen) Tons mittelst Concentration der Schallwellen, — einem akustischen Versuch, welcher die Wirkung der sogenannten Flüstergalerien oder Schallgewölbe in sehr einfacher Weise zu veranschaulichen und zu ersetzen vermag<sup>1)</sup>, — stellt aber der hier in Rede stehenden *Erzeugung* eines selbständigen Tones durch wiederholten Reflex zwei wesentliche Hindernisse entgegen. Denn erstlich pflegen die beiden langen Seitenwände einer solchen Wanne von gewöhnlicher Form nicht einander parallel (und im Verhältniß ihrer Kürze, auch nicht „nahezu parallel“), sondern nach dem Fußende hin stark *convergent* zu seyn, was jede von einem beliebigen zwischenliegenden Punkte ausgehende Schallwelle nach ganz wenigen Reflexionen alsbald aus dem Bereiche dieser Wände hinausführen wird, während die meist sehr starke *Krümmung* des

- 1) Das Ticken einer 1 bis 2 Fufs hoch über dem Fußende der Badewanne aufgehängten Taschenuhr z. B. wird von dem im Bade Liegenden ganz so vernommen, als ob sich die Uhr *dicht hinter* seinem Kopf befände; während es sofort verstummt, wenn man die Uhr z. B. über dem *Kopfende*, also dem Ohr viel näher, aufhängt.



Kopf- und Fußendes selber auch zwischen diesen keine regelmäfsig wiederholten Reflexionen zu Stande kommen läßt. Und zweitens ist in den meisten Fällen die ganze Wandung in vertikaler Richtung konisch d. h. sich nach oben *erweiternd* und mit dem horizontalen Boden *stumpfe* Winkel bildend, ein Umstand, welcher offenbar ein noch rascheres Heraustreten jeder zwischen ihr im Gang gekommenen Schallwelle aus der Wanne zur Folge haben d. h. die Erzeugung eines zusammenhängenden regelmäfsigen Wellenzuges verhindern muß.

Von den Tönen, welche, wie anfangs bemerkt, in dem Zimmerchen selber, *aufserhalb* der Badewanne, und *weniger stark* als jene, resonirten, war der auffallendste und deutlichste nach meiner damals gemachten Notiz  $a^0$ , während ich den schwächeren, der um eine gute grofse Terz tiefer klang für einen zwischen  $e^0$  und  $f^0$  liegenden Ton ansprach. Es stimmt dies mit den Dimensionen des Raums wiederum viel besser. Die kleinste derselben nämlich, die Breite des Zimmerchens, war um zwei der erwähnten Thonplatten gröfser als die Länge des Hohlraums der Wanne, betrug also etwa  $1^m,744$ . Diefs liefert einen Ton, der nur Weniges tiefer ist als  $a^0$ , und die Differenz (von weniger als  $\frac{1}{3}$  Ton) könnte hier recht wohl auf Rechnung der wahrscheinlich höheren Temperatur kommen. Die *Höhe* des Zimmers, welcher ich den zweiten, schwächeren Reflexionston zuschrieb, *schätzte* ich (durch ungefähres Messen mit meinem Stocke) auf  $\frac{4}{3}$  der Breite, und es würde sich so auch das  $e^0$  und  $f^0$  leidlich erklären. Die noch etwas gröfsere *Länge* des Raums konnte, da die Vorderwand durch die vertiefte Eingangsthür, ein Fensterchen, ein Tischchen und einen kleinen Spiegel unterbrochen, und die gegenüberliegende Rückwand überdiefs mit einem Vorhang (!?) bedeckt war, wohl überhaupt nicht mitwirken.

Ich komme nun zu dem zweiten, noch merkwürdigeren Fall dieser eigenthümlichen Art von Tönen. Wenn das nach oben Offenseyn eines solchen, zwischen parallelen Wänden liegenden Ganges oder Raumes vielleicht eine

Abnormität in der Tonbildung bedingt, so müßte letztere in einem auch *oben und unten geschlossenen* Gange von *gleicher* Höhe und Breite um so energischer und vollkommener, am Vollkommensten aber vielleicht *dann* ausfallen, wenn die zur Längenrichtung normalen Dimensionen eines solchen Hohlraums *sämmtlich einander gleich* wären. Ein Beispiel dazu lieferte die Gunst des Zufalls.

Während der ersten Monate des Jahres 1869 lag auf einem Wiesengrunde westlich von unserer Stadt, nahe dem rechten Ufer des Mains, etwas unterhalb des Winterhafens, und hart am Rande des Schienenstranges, der die westlichen Bahnhöfe mit den östlichen verbindet, ein mächtiges *hölzernes Rohr*, welches, an die Riesenteleskope der Engländer erinnernd, dem Vernehmen nach die Bestimmung hatte, an dieser Stelle in den Main versenkt und dort ummauert zu werden, um als Verlängerung für die Einmündung der im Bau begriffenen städtischen Kanäle diese vor Versandung usw. zu schützen. Ein hiesiger Chemiker, zugleich eifriges Mitglied unseres Vereins, machte mich darauf aufmerksam, daß dieses Rohr von jedem in seiner Nähe entstehenden Geräusche sowohl z. B. von dem der dort öfters übenden Trommler, spielender Kinder usw. als auch namentlich von jedem mit der Hand gegen einen der provisorischen Böden des Rohrs geführten Schlage ein höchst eigenthümliches, *wenigstens achtfaches* „Echo“ hervorbringe, welches er meiner Beobachtung aufs Angelegentlichste empfahl <sup>1)</sup>.

An Ort und Stelle angelangt, fand ich eine aus dicken tannenen Bohlen künstlich zusammengefügte, ganz gerade, genau cylindrische Röhre von fast 60 (einfachen) Schritten in der Länge und etwa 5 Fuß Weite, gleichsam eine

1) „Gehen Sie nur einmal hinunter! Es fällt allen Leuten auf, die da vorüberkommen; es ist ein ganz sonderbarer Ton, der sich mit Worten gar nicht beschreiben läßt: Sie müssen ihn selber hören! Es ist ein ganz kurioser Klang, gar nicht wie ein gewöhnliches Echo; es klingt ganz anders, ordentlich komisch möchte man sagen; ich weiß selber nicht, wie ich ihn bezeichnen oder womit ich ihn vergleichen soll.“

kolossale Orgelpfeife vorstellend. Ein Paar Spatziergänger waren gleichfalls mit deren Betrachtung und mit Beobachtung des „eigenthümlichen Echos“ beschäftigt. Von einem derselben erfuhr ich, daß das Rohr anfangs an beiden Enden offen gewesen und erst kürzlich zum vorläufigen Schutz gegen nächtliche Besucher, gegen Verunreinigungen und dgl. mit den aufgenagelten Böden versehen worden sey. Die letzteren bestanden aus einfachen tannenen Brettern und ließen hier und dort fingerbreite Ritze, durch welche man in das Rohr hineinrufen und den Wiederhall der Stimme beobachten konnte, woran sich dann auch die dort spielenden Knaben zu wiederholten Malen ergötzten. Ich fand sofort, daß der eigenthümliche, „mit Worten gar nicht zu beschreibende“ Klang zusammengesetzt war aus

1) einem mehrfachen gewöhnlichen Echo des ursprünglichen Schalls, welches diesen in gleich großen Intervallen von  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{2}$  Secunde 10 bis 11 mal wiedergab, und

2) einem gleichzeitig erklingenden, starken und dauernden, hohen *musikalischen Ton* (oder vielmehr *Accord*) von eigenthümlicher Klangfarbe und *stetig veränderlicher* Tonhöhe.

Es bedurfte, um diesen Complex von Tönen zu wecken, nicht einmal des Hineinrufens in die Röhre. Jeder noch so leise Schlag mit *einem* Finger an ihren Boden, jedes in der Nähe eines der Böden *laut* gesprochene Wort, ja jedes etwas stärkere Geräusch, das sich in einer Entfernung von 30 und mehr Schritten hören ließ, ward von dem Rohr alsbald beantwortet, und selbst jedes der verschiedenen „Donnerwetter“ welche nach der (allerdings mit respectablem Lungenaufwande promulgirten) Meinung eines auf dem Plan in der Nähe beschäftigten preussischen Unterofficiers „gleich hereinschlagen“ sollten in die „verfluchten Kameeler“, die er für die Zwecke seines Staates zu dressiren hatte, fand sofort eine *schrillende Erwiederung* in dem Rohre, die auch selbst den scharf markirten Tonvocalen *u* und *ee* des letzt genannten Ehrentitels noch besonders zu Theil ward. Der neben dem eigentlichen

Echo hörbare continuirliche Ton, der allerdings etwas eigenthümlich klang, fast wie das vielstimmige Miauen eines Chors a tempo einfallender Katzen, kam *nicht sofort* im Moment des ursprünglichen Schalls, z. B. des Anschlagens mit dem Finger an den Boden des Rohrs, sondern erst mit dem *ersten* Echo zum Vorschein und dauerte dann, stetig abnehmend, bis zum letztverklingenden fort.

Eine etwas genauere Beobachtung versparte ich mir auf einen zweiten Besuch zu günstigerer Tagesstunde, wo mir jene nicht durch Commandorufe, Trommler und Signaltrompeter erschwert ward. Mit Stimmgabel, Fadenpendel und Maafsstab bewaffnet, konnte ich wenigstens noch einiges Thatsächliche genauer constatiren. Ich begann mit Messung der Dimensionen des Rohrs. Der äussere Durchmesser betrug an beiden Enden, und zwar horizontal und vertikal gemessen, 143 bis 144 Centimeter (d. i. wahrscheinlich 5 Fufs „Frankfurter Werkmaafs“, welche nach meiner früheren Reductionsskala =  $1^m,428$  seyn würden), die Dicke der Holzwände, soweit man sie durch die Ritzen der Böden messen konnte, 8,5 bis 8,6<sup>cm</sup> (wahrscheinlich  $3\frac{1}{2}''$ ); es würden sonach für den lichten Durchmesser 126 bis 127<sup>cm</sup> (resp. 4' 5") übrig bleiben. Die starken Bohlen, aus welchen die Röhre bestand, waren auf sehr künstliche Weise, gleichsam kammartig in einander greifend, zusammengefügt und überdies von 51 starken, etwa 3 bis 4 Finger breiten eisernen Reifen zusammengehalten, von welchen einer an jedem Ende und die 49 übrigen in gleichen Zwischenräumen angebracht waren, so dafs die äussere Oberfläche des Rohrs dadurch in 50 Abtheilungen von ziemlich (nicht ganz) gleicher Länge zerfiel. Ich maafs mehre dieser Abtheilungen und fand ihre Länge mit Einschluss einer Reifbreite im Durchschnitt =  $0^m,855$ , so dafs die Länge des Ganzen (ausschliesslich der Dicke der aussen angenagelten Böden) etwa  $42^m,810$  ( $50 \cdot 0,855 + 0,06$ ) betragen wird (also wahrscheinlich 150 Fufs hiesigen Maafses, welche =  $42^m,83$  seyn würden).

Die Erklärung des eigentlichen mehrfachen Echos hat

hienach nicht die mindeste Schwierigkeit. Ich konnte bei einem leisen Schlage mit der Hand 10 bis 11, bei einem stärkeren mit der Faust, dem Stock oder einem Stein gegen den Boden des Rohrs zuweilen 15 bis 16 Wiederholungen unterscheiden, von denen mit dem Fadenpendel gemessen *beinahe* 4 auf jede Sekunde kamen. Rechne ich der Einfachheit *gerade* 4 und nehme die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der herrschenden Frühlungstemperatur zu 340<sup>m</sup> an, so wäre der von *einem* Echo zum anderen zurückgelegte Weg  $= \frac{340}{4} = 85^m$ , fast genau die doppelte Länge des Rohrs. In der That muß nämlich, da für den Beobachter das am *diesseitigen* Boden der Röhre entstehende Echo natürlich nicht zu Gehör kommen kann, der Schall jedesmal die *doppelte* Länge derselben zurücklegen, und zwei Beobachter, die sich, an beiden Enden des Rohres stehend, die Momente des Hörbarwerdens etwa durch coincidirende Handbewegungen (gleichsam Tactschlagen) einander signalisirten, würden offenbar bemerken, daß die einzelnen Schläge für sie alternirend erfolgten.

Der sonderbare singende oder miauende Ton, der diese isolirten Schläge continuirlich begleitete, begann zwar, wenn man z. B. mit der Hand an den *diesseitigen* Boden der Röhre schlug, wie schon angedeutet, nicht sofort mit dem Hörbarwerden dieses Schlages, sondern genau mit dem des ersten Echos. Begab sich dagegen der Beobachter an das *jenseitige* Ende des Rohrs, während ein diesseits bleibender Begleiter das Geschäft des Anschlagens an den Boden übernahm, so setzte der continuirliche Ton *sofort* mit dem ersten Hörbarwerden des Schlages selber ein. Er begann in beiden Fällen gleichmäfsig mit grofser Stärke und in bedeutender Höhe, dauerte zwischen und während der wiederholten Echos *ununterbrochen* fort, ward aber gleich ihnen immer schwächer und schwächer, *sank* dabei von seiner ursprünglichen Tonhöhe anfangs sehr rasch, dann langsamer und zuletzt sehr langsam herab, so daß er sich einem bestimmten *Grundton* asymptotisch näherte und endlich

mit den letzten Schlägen des Echos in einem gleichzeitigen bei ganz stiller Luft oft reizenden Smorzando verklang; — kurz, ich fand darin fast genau meinen vor 20 Jahren an der Eisenbahnbrücke (etwas oberhalb des nämlichen Platzes) kennen gelernten *Gitterton* wieder <sup>1)</sup> — und zwar ein wahres Prachtexemplar desselben, insofern es ihn an Stärke und Deutlichkeit bei weitem übertraf, gleichsam vielstimmig erschien, und auch (nicht, gleich jenem, in der drei- und viergestrichenen Octave, sondern) mehr *mitte*n im Bereiche der gewöhnlich vernommenen musikalischen Tonreihe lag. Jenes Ende, welchem er sich asymptotisch näherte, war (für den Hauptton wenigstens) fast genau das *eingestrichene E* (e').

Was die Erklärung des Phänomens betrifft, so dachte ich allerdings auf den ersten Blick, eben wegen dieser frappanten Aehnlichkeit mit dem besagten „Gitterton“ an die Möglichkeit, daß das Rohr auch an seiner Innenseite durch eine Art von Reifen gestützt, oder durch ähnliche Hervorragungen von gleicher Distanz in viele Abtheilungen seiner Länge nach getheilt seyn, und der successive Schallreflex an diesen Hervorragungen den continuirlichen Ton in gleicher Weise erzeugen möge, wie dort der an den Stäben des Gitters. Die cylindrische Form würde dann auch die große Tonstärke durch Concentration hinlänglich erklärt haben. So viel ich aber bei der im Innern des Rohrs herrschenden Finsterniß durch die Ritzen der Böden erkennen konnte, war von solchen Hervorragungen oder Reifen nichts vorhanden, sondern die innere Fläche ganz ununterbrochen und glatt cylindrisch, hier und dort die jenseitigen Ritzen spiegelnd. Eine etwas nähere Erwägung, insbesondere des beregten Umstandes, daß der Ton nur bei jenseitigem Anklopfen usw. sofort mit dem erregten, bei diesseitigem dagegen erst begann, nachdem der Schall in gerader Richtung *zweimal die Länge des Rohrs durchlaufen*, brachte mich alsbald von jener Vermuthung ab, zu der Ueberzeugung, daß der in Rede stehende Klang nichts

1) Vergl. dessen Schilderung in Pogg. Ann. Bd. 94 S. 357 u. 358.



anderes sey als eine Species des Reflexions *zweiter* Gattung, hervorgerufen zunächst durch das Echo und durch die zickzackförmige Zurückwerfung der sich kugelig ausbreitenden (regelmäßig reflectirten) Schallwelle an den *glatten Seitenwänden* des Rohrs. Die cylindrische Gestalt des letzteren (gegenüber den prismatisch parallelen Wandungen eines zwischen Mauern oder Bretterwänden hinlaufenden engen Gäschen usw.) kommt dabei der Entstehung jenes eigenthümlichen miauenden Tons noch besonders zu statten, indem sie nämlich durch die ohne Zweifel eintretende *Convergenz* der reflectirten Schallwellen nach der Axe des Rohrs hin eine Vergrößerung der Schwingungsamplitude und eine entsprechende Verstärkung des Tons zur Folge haben wird, die durch das theilweise Zusammentreffen mit der der späteren Bodenreflexe („Echos“) um so bedeutender werden muß. Wenigstens wird es mir nur dadurch erklärlich, wie der bei einem Stabgitter immer nur ganz schwache, und bei einem engen Gange nur durch starkes Auftreten <sup>1)</sup> noch in einiger Entfernung hörbar zu machende Reflexion gerade hier in einer Stärke und Mächtigkeit auftrat, die ihn auch solchen Personen, welche an akustische Beobachtungen gar nicht gewöhnt sind, nicht bloß wahrnehmbar, sondern geradezu „auffallend“ erscheinen läßt <sup>2)</sup>. Man denke dabei an die analoge Wirkung des Sprachrohrs und der bekannten engeren cylindrischen Communicationsröhren.

Dafs aber die Luftbewegung hier eine mannigfach complicirte seyn mußte, beweisen zum Theil noch die folgenden Thatsachen, deren detaillirte Erklärung ich kompetenteren Beurtheilern überlassen muß.

Der in  $e^1$  auslaufende continuirliche Ton, dessen Wellenlänge also um ein *sehr Merkliches* hinter dem lichten Durchmesser des Rohrs zurückblieb, war zwar am Schärften und Ungetrübtesten beim Anschlagen *in der Mitte* der Böden, wie die Symmetrie des Ganzen erwarten liefs,

1) Vergl. die Beobachtung in Pogg. Ann. Bd. 101 S. 120 u. 121.

2) Siehe oben die Anmerkung S. 378.



aber auch den stets von einem zweiten, viel tieferen und undeutlicheren, schnarrenden, fast schmetternden Ton begleitet, welcher gleichfalls während seines Erklingens *stetig herabzusinken* schien und schwächer ward. Ob es vielleicht ein *Combinationston* zwischen den späteren Stadien des ersten und den früheren (höher liegenden) der folgenden Reflexionen sey, wage ich nicht zu entscheiden, da mir die genaue Auffassung seiner Tonhöhe und seines Verlaufs nicht gelang. Schlug man dagegen etwas *seitwärts* von der Mitte an den Boden, so „klang“ jener hohe singende Ton merklich anders, und zwar unverkennbar *durch Mitklingen* zum Mindesten eines dritten Tons und Schwächerwerden des ersten. Dieser *dritte* (resp. vierte) Ton war dem ersten (hohen) an Deutlichkeit, Klangfarbe und Mangel des Schnarrens oder Schmetterns weit ähnlicher als dem zweiten, und sank auch, gleich jenem, stetig und gleichsam parallel mit ihm zu einem asymptotischen Ausklange herab, lag aber mit diesem Ausklange und in noch höherem Grade mit seinem hohen Einsatze um ein nicht Unbedeutendes und, wie es schien, mit der Stelle des Anklopfens *wechselndes* Intervall *tiefer* als jener erste. War ich z. B. mit dem Anklopfen vom Centrum aus nach der Peripherie allmählig weiter rückend, etwa bis in die Mitte des Halbmessers gelangt, so lag das Ende dieses „dritten“ Tons um eine gute Quinte (oder gar eine Duodecime??), der Anfang desselben aber um ein noch größeres Intervall *tiefer* als bei jenem, und noch immer mit vernehmbarem, nur schwächer gewordenen ersten Ton, der offenbar beim Anschlagen im Centrum ein Maximum der Tonstärke hatte.

*Rief* man (durch eine der Ritzen des Bodens) in das Innere des Rohrs entweder im *eingestrichenen E* oder in einem ihm sehr nahe liegenden Ton (etwa  $f'$  oder  $es^1$ ) stark hinein, so *fiel das mehrfache Echo des Rufes ganz weg*: der Ton klang einfach aber stark und anhaltend nach, was mir ziemlich erklärlich schien, da hier das Echo zu der Hauptmasse des ohnehin die Zwischenzeiten ausfüllenden Eigentons der Röhre nichts Neues hinzuzubringen

vermag. Rief ich in einem *höheren* Ton (viel höher reichte ich freilich auch mit der Fistelstimme nicht!) so trat an die Stelle des wiederholten Echos ein periodisches Anschwellen des Tons im Tempo des Echos; war dagegen der gerufene Ton um mindestens eine Terz oder Quarte tiefer als jenes *c'*, so entstand wiederum, wie beim Anklopfen, mit und neben den hohen singenden Ton das 9 bis 12 fache Echo des (natürlich möglichst kurzen) Rufs.

Die allerdings nicht unerheblichen Abweichungen von dem früher beschriebenen Reflexton in engen Gäschen usw. werden sich ohne Zweifel zumeist aus der rings geschlossenen cylindrischen Form der reflectirenden Fläche erklären lassen. Ich erinnere mich ähnliche Wahrnehmungen, wenn auch von geringerer Vollkommenheit, in den Stollen verschiedener Bergwerke (z. B. in der auch von hier aus öfters besuchten „Goldgrube“ oberhalb Homburg und Oberursel, ferner in einem Stollen bei Weilburg, und einem anderen bei Wetzlar usw.) wiederholt gemacht zu haben. Eine ähnliche Mitwirkung des seitlichen Reflexes aber, wie in dem beschriebenen Rohr, muß wohl, sollte ich denken, in minderer Dimension auch bei den größeren *Orgelpfeifen* vorkommen, und es ist mir, wie ich zum Schlusse bemerken will, in der That zuweilen so vorgekommen als ob beim plötzlichen Intoniren der stark registrierten Kirchenorgel der Ton durch einen *rasch herabsinkenden* höheren Nebenklang verunreinigt, gleichsam getrübt erschien.

**IV: Ueber die durch die Aetherschwingungen erregten Mitschwingungen der Körpertheilchen und deren Rückwirkung auf die ersteren, besonders zur Erklärung der Dispersion und ihrer Anomalien; von W. Sellmeier.**

II. Theil.

§. 8.

**W**ir kommen jetzt zum wichtigsten Theil unserer Aufgabe, nämlich zur Bestimmung des Einflusses der Körpertheilchen auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts. Wir wissen bereits, daß ein solcher Einfluß jedesmal dann stattfindet, wenn die Schwingungsdauer  $\tau$  des Aethers mit der eigenthümlichen  $\delta$  des Körpertheilchens nicht übereinstimmt.

Die Reflexionstheorien von Fresnel und Cauchy haben uns schon im §. 1 zu der Ansicht geführt, daß die die Lichtschwingungen unterhaltende und fortpflanzende Kraft in der überall gleichen Elasticität des Aethers bestehe, deren Wirkung jedoch dadurch beeinflusst werde, daß die nothwendige Mitbewegung der Körpertheilchen einen gewissen Aufwand von Arbeit erfordere. Indem wir an dieser Ansicht festhalten, dürfen wir am ehesten hoffen, zu Resultaten zu gelangen, welche mit der Erfahrung in Uebereinstimmung stehen.

Von der Kraft, mit welcher die Körpertheilchen *direct* auf den Aether wirken, sehen wir also vorläufig ganz ab; derselben werden wir erst späterhin unsere Aufmerksamkeit zuwenden.

Um von der erwähnten Ansicht aus unsere gegenwärtige Aufgabe zu lösen, wird es am geeignetsten seyn, das *Princip der Erhaltung der Kraft* zur Anwendung zu bringen.

Zur Vereinfachung nehmen wir zuerst an, der momentane Gleichgewichtsort jedes Körpertheilchens werde von

der Lage der andern Körpertheilchen gar nicht beeinflusst, sondern sey bloß von dem Aether abhängig. Wir können dann hinterher untersuchen, welche Aenderungen in den so erhaltenen Ausdrücken durch den vernachlässigten Einfluß der Körpertheilchen bewirkt werden.

Wenn ein Massentheilchen  $m$ , das unter dem Einfluß von Kräften steht, in einem Punkte  $O$  in stabilem Gleichgewichtszustande sich befindet, so wird es, wenn es um eine sehr kleine Strecke  $\xi$  von demselben entfernt ist, mit einer Kraft

$$k \cdot m \xi$$

nach ihm hinstreben. Um also das Massentheilchen, dieser Kraft entgegen, von dem Punkte  $O$  um die kleine Strecke  $a$  zu entfernen, ist ein Aufwand von Arbeit erforderlich, welche gleich ist

$$\int_0^a k m \xi d\xi = \frac{1}{2} k m a^2.$$

Wenn wir uns diese GröÙe als Etwas vorstellen, was das Theilchen  $m$  jetzt *besitzt*, so erscheint das Wort Arbeit als nicht recht passend, weil man darunter gewöhnlich Etwas versteht, was geschieht, oder was gethan oder verrichtet wird. Wir folgen daher Rankine's Vorschlage, indem wir jene GröÙe *potentielle Energie* des Theilchens  $m$  nennen. Wird nun das letztere frei gelassen, so fällt dasselbe nach dem Punkte  $O$  zurück; die potentielle Energie verwandelt sich in lebendige Kraft, oder, nach Rankine, in *actuelle Energie*, welche, wenn das Theilchen in  $O$  anlangt, den Werth

$$\frac{1}{2} k m a^2$$

erreicht hat. Indem es nun, in Folge des Gesetzes der Trägheit, auf der anderen Seite bis zur Höhe  $a$  wieder steigt, verwandelt sich die actuelle Energie wieder in potentielle. Die Summe aus beiden, d. h. die gesammte mechanische Energie des Theilchens  $m$ , ist zu jeder Zeit dieselbe, vorausgesetzt, daß das letztere weder Energie an andere Theilchen abgibt, noch solche von ihnen em-

pfängt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so ist jene Summe nicht constant. Die lebendige Kraft, welche das Theilchen  $m$  bei seiner Ankunft in  $O$  erlangt hat, ist dann entweder kleiner oder größer, als  $\frac{1}{2}kma^2$ . Bezeichnet man sie mit  $L$ , so ist im erstern Falle

$$\frac{1}{2}kma^2 - L$$

die Energie, welche das Theilchen  $m$  während seines Herabfallens nach dem Punkte  $O$  an andere Theilchen abgibt und welche es beim Steigen wieder zurückempfangen muß, wenn es die Höhe  $a$  wieder erreichen soll; im andern Falle ist

$$L - \frac{1}{2}kma^2$$

die Energie, welche das Theilchen während des Fallens von andern *empfängt*, und welche es beim Steigen wieder zurückgeben muß, wenn ein beständiger, sich gleich bleibender Schwingungszustand stattfinden soll.

Der Aether in einem Körper sey durch einen Lichtstrahl wellenförmig verschoben; die Wellenlänge sey  $\lambda$ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $u$ ; dann ist

$$\tau = \frac{\lambda}{u}$$

die Schwingungsdauer. Im sogenannten leeren Raume sey der Aether genau ebenso verschoben, also mit derselben Wellenlänge  $\lambda$ ; da aber hier die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $nu$  ist, unter  $n$  den absoluten Brechungsexponenten jenes Körpers verstanden, so hat man für die Schwingungsdauer  $\tau'$

$$\tau' = \frac{\lambda}{nu},$$

woraus folgt

$$\tau' = \frac{\tau}{n},$$

d. h. die Schwingungsdauer bei gleicher Wellenlänge ist im leeren Raume  $n$ -mal kleiner, als im Körper. Im leeren Raume ist die Kraft, mit welcher ein um  $\xi$  verschobenes Aethertheilchen, dessen Masse  $m$  ist, nach seinem Ruheorte strebt, gleich

$$\frac{4\pi^2}{\tau'^2} m' \xi,$$

also ist

$$k = \frac{4\pi^2}{\tau'^2}.$$

Da die Aetherverschiebung im Körper ganz dieselbe ist, so muß, wegen der überall gleichen Elasticität des Aethers,  $k$  denselben Werth auch im Körper haben. Setzt man  $\frac{\tau}{n}$  für  $\tau'$ , so hat man für den im Körper befindlichen Aether

$$k = n^2 \frac{4\pi^2}{\tau^2}.$$

Man kann dies übrigens auch unmittelbar daraus schließen, daß bei gleicher Schwingungsdauer die Wellenlänge im Körper  $n$ -mal kleiner ist, als im leeren Raume.

Ein Volum  $V$  sey so klein, daß alle in demselben befindlichen Aethertheilchen als in gleicher Phase schwingend angesehen werden können, zugleich aber auch so groß, daß es eine große Anzahl von Körpertheilchen umfaßt;  $m'$  sey die Masse des in  $V$  enthaltenen Aethers, und  $a'$  seine Schwingungs-Amplitude. Dann ist nach dem Vorigen

$$n^2 \frac{\pi^2}{\tau^2} m' a'^2$$

seine potentielle Energie zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums. Da seine Bewegung der Gleichung

$$\xi' = a' \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$$

entspricht, so ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2$$

seine actuelle Energie zur Zeit seiner Ankunft im Ruheorte. Mithin ist

$$(a) \quad (n^2 - 1) \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2$$

die Energie, welche der in  $V$  befindliche Aether während seines Fallens nach dem Ruheorte an die Körpertheilchen verliert.

Von denjenigen Körpertheilchen, welche sich an den Grenzen von  $V$  befinden, erhalten die innerhalb befind-

lichen sehr nahezu eben so viel Energie von dem außerhalb befindlichen Aether, als die Körpertheilchen außerhalb von dem Aether innerhalb empfangen. Daraus folgt, daß die in  $V$  befindlichen Körpertheilchen während ihres Fallens nach dem Ruheorte um eben so viel an mechanischer Energie gewinnen müssen, als der in  $V$  befindliche Aether in derselben Zeit verliert.

Betrachten wir nun eines dieser Körpertheilchen, und zwar in Bezug auf seine Bewegung längs einer seiner Schwingungsaxen. Seine eigenthümliche Schwingungsdauer in dieser Richtung sey  $\delta$ , seine Masse  $m$ ,  $a$  sey seine Schwingungs-Amplitude und  $a_0$  die seines Gleichgewichts-ortes. Befände sich das Körpertheilchen in seinem Gleichgewichtsorte, wäre also  $a$  gleich  $a_0$ , so würde es offenbar keine potentielle Energie besitzen; mithin ist, da hier  $k = \frac{2\pi^2}{\delta^2}$  ist.

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m (a - a_0)^2$$

seine potentielle Energie zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums. Da seine Bewegung der Gleichung

$$\xi = a \sin 2\pi \frac{t}{\tau}$$

folgt, so ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m a^2$$

seine actuelle Energie bei seiner Ankunft im Ruheorte. Folglich ist

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m a^2 - \frac{2\pi^2}{\delta^2} m (a - a_0)^2$$

diejenige Energie, welche das Körpertheilchen während seines Fallens nach dem Ruheorte gewinnt. Dieser Ausdruck verwandelt sich durch die früher erhaltene Gleichung

$$a = \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0$$

in folgenden:

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0^2.$$

Ganz ähnliche Ausdrücke, nur etwa mit anderen Werthen



von  $\delta$  und  $a_0$ , erhält man für dasselbe Körpertheilchen in Bezug auf seine anderen beiden Schwingungsaxen.

Für die ganze Energie, welche sämmtliche in  $V$  befindlichen Körpertheilchen während ihres Fallens nach dem Ruheorte von dem Aether empfangen, kann man demnach folgenden Ausdruck schreiben:

$$(b) \quad \frac{2\pi^2}{r^3} \Sigma m \frac{r^3}{r^3 - \delta^3} a_0^2,$$

wo unter dem Summenzeichen  $\Sigma$  jedes Körpertheilchen drei Mal genommen werden muß, nämlich in Bezug auf seine drei Schwingungsaxen.

Indem endlich die beiden Ausdrücke (a) und (b) einander gleich gesetzt werden, entsteht

$$(8) \quad n^2 - 1 = \frac{\Sigma m \frac{r^3}{r^3 - \delta^3} a_0^2}{m' a'^2} = \frac{\Sigma m a a_0}{m' a'^2}.$$

Dies ist also der allgemeine Ausdruck für die *brechende Kraft* eines Körpers unter der Voraussetzung, daß die Lage der Gleichgewichtsorter der Körpertheilchen bloß von dem Aether abhängig sey. Das Summenzeichen  $\Sigma$  bezieht sich auf alle Körpertheilchen, welche in einem *beliebigen* Raume enthalten sind, und bei denen  $\delta$  nicht gleich  $r$  ist, während  $m'$  die Masse des in *demselben* Raume enthaltenen Aethers bedeutet. Es darf indeß nicht vergessen werden, daß jedes Körpertheilchen  $m$  nach jeder seiner Schwingungsaxen, also drei Mal zu nehmen ist.

Von dem Uebergange eines Theiles der mechanischen Energie von dem Aether an das Körpertheilchen und umgekehrt kann man sich in folgender Weise eine Vorstellung machen. Man denke sich, die Bewegung des Aethers und des Körpertheilchens geschehe abwechselnd, zuerst bewege sich bloß das Körpertheilchen eine sehr kurze Strecke, darauf bloß der Aether und der von demselben abhängige Gleichgewichtsort des ersteren, dann wieder bloß das Körpertheilchen, usw. Jedesmal nun, wenn der Aether den Gleichgewichtsort fortrückt, wird der Abstand zwischen diesem und dem Körpertheilchen, also auch

die potentielle Energie des letztern, vergrößert oder verkleinert, und in demselben Maße muß der Aether an Energie im ersteren Falle verlieren, im letzteren gewinnen. Dieser Verlust oder Gewinn kann sich, da die potentielle Energie des Aethers durch seinen Abstand vom Ruheorte gegeben ist, nur auf die actuelle Energie des Aethers beziehen, d. h. derselbe muß sich im ersteren Falle langsamer, im letzteren schneller bewegen, als es ohne jenen Einfluß des Körpertheilchens geschehen würde.

Es sey zuerst  $\tau$  größer als  $\delta$ . Dann befinden sich das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort stets auf derselben Seite des Ruheortes, und zwar der Gleichgewichtsort unterhalb des Körpertheilchens. Der Abstand zwischen beiden wird daher bei fallender Bewegung durch jede Fortrückung des Gleichgewichtsortes vergrößert, und demzufolge die Bewegung des Aethers verzögert. Seine actuelle Energie bei seiner Ankunft im Ruheorte ist mithin verringert und daher nicht im Stande, den Aether wieder bis zur anfänglichen Höhe zu treiben. Aber beim Steigen wird durch jede Fortrückung des Gleichgewichtsortes der Abstand zwischen diesem und dem Körpertheilchen verkleinert, was eine Beschleunigung der Bewegung des Aethers zur Folge hat, so daß dieser eben so schnell emporsteigt, als er gefallen ist, und die anfängliche Höhe wieder erreicht. — Es sey jetzt  $\tau$  kleiner als  $\delta$ . Dann befinden sich das Körpertheilchen und sein Gleichgewichtsort stets auf entgegengesetzten Seiten des Ruheortes. Der Abstand zwischen beiden wird also jetzt bei fallender Bewegung durch jeden Schritt des Gleichgewichtsortes verkleinert, bei steigender vergrößert, und die Wirkung auf den Aether muß daher in diesem Falle die gerade entgegengesetzte von der im vorigen seyn.

Zu irgend einer Zeit sey  $\xi$  die Verschiebung des Körpertheilchens,  $\xi_0$  die seines Gleichgewichtsortes. Die potentielle Energie, welche das erstere zu dieser Zeit besitzt, ist also

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m (\xi - \xi_0)^2.$$

Wird jetzt durch den Aether bei fallender Bewegung die Verschiebung  $\xi_0$  um  $d\xi_0$  verkleinert, so geht diese Energie über in

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m [\xi - (\xi_0 - d\xi_0)]^2;$$

sie ist also dadurch um

$$\frac{4\pi^2}{\delta^2} m (\xi - \xi_0) d\xi_0$$

vergrößert, wofür man auch, wegen der Gleichung

$$\xi = \frac{v^2}{v^2 - \delta^2} \xi_0,$$

schreiben kann:

$$\frac{4\pi^2}{v^2} m \frac{v^2}{v^2 - \delta^2} \xi_0 d\xi_0.$$

Integrirt man diesen Ausdruck von  $\xi_0 = 0$  bis  $\xi_0 = a_0$ , so erhält man

$$\frac{2\pi^2}{v^2} m \frac{v^2}{v^2 - \delta^2} a_0^2$$

als diejenige Energie, welche das Körpertheilchen während der ganzen Zeit des Fallens von dem Aether empfängt. Dieser Ausdruck stimmt ganz überein mit dem, welchen wir oben unmittelbar aus der Differenz zwischen der potentiellen Energie des Körpertheilchens zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums und seiner actuellen Energie zur Zeit seines Durchgangs durch den Ruheort erhalten haben.

Der Gleichung (8) zufolge ist der in §. 1 hervorgehobene Satz, die brechende Kraft eines Körpers sey das Verhältniß der lebendigen Kraft der Körpertheilchen zu der des Aethers in demselben Raume, nicht ganz richtig. Er war es allerdings unter der dortigen Voraussetzung, daß die Körpertheilchen bloß die Rolle des von Fresnel angenommenen gebundenen Aethers spielen, d. h. daß sie bloß zur Vermehrung der von der elastischen Kraft des Aethers zu bewegendem Masse dienen. Diese Voraussetzung erfordert nämlich, daß sämtliche eigenthümlichen Schwingungsdauern der Körpertheilchen unendlich klein seyen, wodurch die Gleichung (8) in folgende übergeht

$$n^2 - 1 = \frac{\sum m a^2}{m' a'^2}.$$

Soll der erwähnte Satz jetzt noch gelten, so muß man erstens bei den Körpertheilchen diejenigen Fälle ganz ausschließen, wo  $\delta$  gleich  $\tau$  ist, zweitens muß man diejenigen lebendigen Kräfte der Körpertheilchen und des Aethers mit einander vergleichen, welche zur Zeit ihres Durchgangs durch den Ruheort stattfinden, und drittens muß bei dieser Vergleichung statt der wirklichen lebendigen Kraft  $m \frac{2\pi}{\tau^2} a^2$  jedes Körpertheilchens diejenige genommen werden, welche nach Abzug der potentiellen Energie  $m \frac{2\pi}{\delta^2} (a - a_0)^2$ , die das Körpertheilchen zur Zeit seines Verschiebungs-Maximums besaß, übrig bleibt. Der Rest,  $m \frac{2\pi}{\tau^2} \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0^2$  wird aber, wenn  $\delta$  größer ist als  $\tau$ , negativ, und wenn es einen Körper giebt, bei welchem diese negativen Glieder der Gleichung (8) die positiven überwiegen, so ist dessen brechende Kraft negativ, und sein Brechungsexponent kleiner als Eins.

Es dürfte noch folgende Bemerkung nicht ganz überflüssig seyn. Den vorstehenden Entwicklungen liegt die Vorstellung zu Grunde, daß die in dem Volum  $V$  enthaltene mechanische Energie in demselben verbleibe, und daß eine theilweise Wanderung derselben nur zwischen den in demselben Volum befindlichen Aether- und Körpertheilchen stattfinde. In der Wirklichkeit ist dieß aber nicht der Fall. Theorie und Erfahrung lehren, daß in einem elastischen Mittel eine einzige Welle ganz isolirt sich fortpflanzen kann. Daraus folgt, daß die in einer Aetherwelle enthaltene Energie ebenfalls, von Aether- zu Aethertheilchen wandernd, im Raume fortschreitet. Es ist indeß leicht einzusehen, daß durch diesen Umstand die Herleitung der Gleichung (8) in der That nicht beeinflusst wird. Denn da *stehende* Wellen, deren mechanische Energie nicht im Raume fortschreitet, und in Bezug auf welche daher jene Entwicklungen Gültigkeit haben, in zwei andere

Wellenreihen zerlegt werden können, welche in einander entgegengesetzten Richtungen sich fortpflanzen, so muß die Gleichung (8) auch für fortschreitende Wellen Geltung haben.

### §. 9.

Die Gleichung (8) kann nun benutzt werden, um nach der von Fresnel angewandten Methode Ausdrücke für die Intensitäten der in der Gränzfläche isotroper transparenter Mittel reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen zu entwickeln. Fresnel ging von der Ansicht gleicher Elasticität, aber ungleicher Dichtigkeit des Aethers aus. Die gleiche Elasticität hat auch die Gleichung (8) zur Voraussetzung; für die ungleiche Dichtigkeit des Aethers substituirt sie aber die Mitschwingungen der Körpertheilchen. Dies ist der Unterschied zwischen Fresnel's Theorie und der unsrigen; im Uebrigen wenden wir mit Fresnel dieselben Principien an.

Das erste dieser Principien ist das der Erhaltung der Kraft. Es seyen  $K, K_1, K_2$  die senkrechten Durchschnitte des einfallenden und des in der Gränzfläche daraus entstandenen reflectirten und gebrochenen Strahlenbündels,  $\lambda, \lambda_1, \lambda_2$  seyen die Wellenlängen in denselben, und  $E, E_1, E_2$  die in den Räumen  $K\lambda, K_1\lambda_1, K_2\lambda_2$  enthaltenen mechanischen Energien; dann soll nach dem erwähnten Princip die Gleichung stattfinden

$$(a) \quad E = E_1 + E_2.$$

Die mechanische Energie in einem Volum  $V$  ist constant, so lange die Amplitude es ist; man kann dafür die potentielle Energie zur Zeit der größten Verschiebung, oder die actuelle zur Zeit des Durchgangs durch den Ruheort nehmen; beides führt zu demselben Resultate. Wählt man das letztere, so hat man im ersten Mittel für die im Volum  $V$  enthaltene Energie nach den im vorigen Paragraphen gebrauchten Bezeichnungen den Ausdruck

$$\frac{2\pi^2}{1} (m'a'^2 + \Sigma ma^2)$$

oder

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 \left(1 + \frac{\Sigma m a^2}{m' a'^2}\right).$$

Schreibt man

$$\frac{\Sigma m a^2}{m' a'^2} = \frac{\Sigma m a a_0}{m' a'^2} + \frac{\Sigma m a (a - a_0)}{m' a'^2},$$

so ist das erste Glied auf der rechten Seite, zufolge der Gleichung (8), gleich der brechenden Kraft  $n^2 - 1$ ; bezeichnet man also das letzte Glied mit  $\varepsilon$ , so hat man als Ausdruck für die im Volum  $V$  enthaltene Energie

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right).$$

Daraus folgt sofort

$$E = \frac{K\lambda}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right).$$

Nimmt man  $V$ , also auch  $m'$  constant, und beachtet man, daß, weil der einfallende und der reflectirte Strahl in demselben Mittel sich befinden,

$$\lambda_1 = \lambda, \quad n_1 = n, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon$$

ist, so hat man ebenso

$$E_1 = \frac{K_1 \lambda}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right),$$

$$E_2 = \frac{K_2 \lambda_2}{V} \cdot \frac{2\pi^2}{\tau^2} m' a'^2 n^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{n^2}\right).$$

Es seyen  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$  die Winkel, welche die positiven Richtungen des einfallenden, reflectirten und gebrochenen Strahls mit der positiven Richtung eines *senkrecht* einfallenden Strahls einschließen, und  $K'$  sey derjenige Theil der Gränzfläche, welcher den gemeinschaftlichen schiefen Durchschnitt der drei Strahlenbündel ausmacht; dann ist

$$K = K_1 = K' \cos \alpha, \quad K_2 = K' \cos \alpha_2.$$

Berücksichtigt man endlich noch, daß

$$\frac{\lambda}{\lambda_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha}, \quad \frac{n_2}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_2}$$

ist, so geht die Gleichung (a) schließlic in folgende über:

$$(b) \quad (a'^2 - a_1'^2) \cot \alpha \left(1 + \frac{\varepsilon}{n^2}\right) = a_2'^2 \cot \alpha_2 \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{n^2}\right).$$

Diese Gleichung drückt also hier das Princip der Erhaltung der Kraft aus.

Das zweite von Fresnel angewandte Princip ist das der Continuität der Aetherbewegung. Den Sinn dieses Principis in seiner ganzen Vollständigkeit, wie Cauchy es in seiner berühmten Reflexionstheorie anwandte, kann man dahin aussprechen, daß ein in der Ruhe geradliniger Aetherfaden in Folge der Lichtbewegung weder in der Gränzfläche abgerissen, noch daselbst geknickt sey. Die Anwendung dieses Principis von Fresnel war nur eine theilweise, und bestand in der Annahme, daß unmittelbar an der Gränzfläche die dieser Fläche parallelen Verschiebungen des Aethers im ersten und zweiten Mittel einander gleich seyen. Macht man noch mit Fresnel die Voraussetzung, daß in den drei Strahlen die Schwingungen unmittelbar an der Gränzfläche gleichphasig seyen, so hat man also, wenn die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene erfolgen, die Gleichung

$$(c) \quad a' + a_1 = a'_2,$$

und wenn sie der Einfallsebene parallel sind, die Gleichung

$$a' \cos \alpha + a_1 \cos \alpha_1 = a'_2 \cos \alpha_2,$$

oder, weil  $\alpha_1 = 180^\circ - \alpha$  ist,

$$(d) \quad (a' - a_1) \cos \alpha = a'_2 \cos \alpha_2.$$

Diese Continuitäts-Gleichungen (c) und (d) sind nun mit der Gleichung (b) zu verbinden. Vernachlässigt man dabei die Größen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$ , so entstehen die bekannten Fresnel'schen Formeln, nämlich, wenn die Schwingungen auf der Einfallsebene senkrecht stehen:

$$\frac{a'_1}{a'} = - \frac{\sin(\alpha - \alpha_2)}{\sin(\alpha + \alpha_2)}, \quad \frac{a'_2}{a'} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha_2}{\sin(\alpha + \alpha_1)},$$

und wenn sie derselben parallel sind:

$$\frac{a'_1}{a'} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha + \alpha_2)}, \quad \frac{a'_2}{a'} = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha_2}{\sin(\alpha + \alpha_1) \cos(\alpha - \alpha_2)}.$$

Setzt man im letztern Falle  $\frac{a'_1}{a'} = 0$ , so ergibt sich für den Haupteinfallswinkel  $\alpha'$  das Brewster'sche Gesetz



$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{n_2}{n} = \frac{1}{\lambda_2}.$$

Werden dagegen die Größen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$  nicht vernachlässigt, so erhält man Gleichungen, welche von den vorstehenden mehr oder weniger, je nach den Werthen von  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$ , abweichen. Der Werth von  $\varepsilon$  wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{\Sigma m a (a - a_0)}{m' a'^2},$$

oder, wie man sie auch schreiben kann,

$$\varepsilon = \frac{\Sigma m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\tau^2 - \delta^2)^2} a_0^2}{m' a'^2}.$$

Sollen also die Werthe von  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$  sehr klein seyn, so daß eine genäherte Uebereinstimmung mit den Fresnel'schen Formeln und dem Brewster'schen Gesetze stattfindet, so muß die Zahl und Masse der absorptiven Körpertheilchen außerordentlich gering seyn gegen die Zahl und Masse der refractiven, bei denen  $\delta$  sehr klein ist. Unter gewissen Umständen kann man es aber für sehr unwahrscheinlich halten, daß die Werthe von  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$  so klein seyen, daß ihr Einfluß der Beobachtung entgehen könnte. Setzt man nämlich

$$m a^2 = m a a_0 + m a (a - a_0),$$

so kann man diese Gleichung auch so schreiben:

$$m a_2 = m \frac{\tau^2}{\tau^2 - \delta^2} a_0^2 + m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\tau^2 - \delta^2)^2} a_0^2.$$

Ist also  $\delta$  größer als  $\tau$ , so ist das erste Glied auf der rechten Seite negativ, mithin in diesem Falle

$$m \frac{\tau^2 \delta^2}{(\tau^2 - \delta^2)^2} a_0^2 > m a^2,$$

d. h. will man eine vollständige Uebereinstimmung mit den Fresnel'schen Formeln herbeiführen, so muß man bei denjenigen Körpertheilchen, bei denen  $\delta$  größer ist als  $\tau$ , eine lebendige Kraft vernachlässigen, welche größer ist, als die *wirkliche* lebendige Kraft dieser Theilchen. Nun giebt es aber Körper, und zu ihnen gehört beson-

ders  
mestr  
entha  
ist, a  
len.  
(nam  
am l  
daß  
fallsw  
werd  
achte  
D  
tigon  
anlas  
terwe  
werd  
chun  
in d  
I  
in d  
sich  
stück  
eben  
Z  
theil  
in d  
  
so i  
delte  
rend  
gen  
selb  
stam  
zur  
The

ders das Wasser, welche fast sämmtliche dunkeln Wärmestrahlen absorbiren, also eine große Menge Theilchen enthalten, deren eigenthümliche Schwingungsdauer größer ist, als die Schwingungsdauer der eigentlichen Lichtstrahlen. Man sollte daher meinen, daß bei diesen Körpern (namentlich im rothen Lichte, weil hier der Nenner  $(\delta^2 - \tau^2)^2$  am kleinsten ist) der Werth von  $\epsilon$  so groß seyn müsse, daß dadurch eine merkliche Abweichung des Haupteinfallswinkels vom Brewster'schen Gesetze herbeigeführt werde. Eine solche Abweichung ist aber noch nicht beobachtet worden.

Dieser Umstand ist geeignet, Zweifel über die Berechtigung der Größe  $\epsilon$  in uns zu erregen, und uns zu veranlassen, den Gegenstand einer nähern Betrachtung zu unterwerfen. Dieselbe wird uns denn auch, wie wir sehen werden, zu der Ansicht führen, daß die in der Gleichung (b) enthaltenen Größen  $\epsilon$  und  $\epsilon_2$  in der That *nicht in diese Gleichung hineingehören*.

Die Gleichung (a) setzt nämlich voraus, daß die *ganze* in dem Wellenstück  $K\lambda$  enthaltene mechanische Energie sich mit der Welle fortpflanze und daher in den Wellenstücken  $K_1\lambda_1$  und  $K_2\lambda_2$  sich wiederfinde. Dies scheint aber eben nicht der Fall zu seyn.

Zerlegt man die lebendige Kraft, welche ein Körpertheilchen  $m$  bei seiner Ankunft im Ruheorte erlangt hat, in der schon angewandten Weise in zwei Theile, setzt also

$$\frac{2\pi^2}{\tau^2} m a^2 = \frac{2\pi^2}{\tau^2} m a a_0 + \frac{2\pi^2}{\tau^2} m a (a - a_0),$$

so ist der erste Theil die in lebendige Kraft umgewandelte potentielle Energie, welche das Körpertheilchen während seiner fallenden Bewegung von dem Aether empfangen hat, und welche es während seines Steigens an denselben zurückgiebt. Dieser Theil der lebendigen Kraft stammt also aus der potentiellen Energie, welche *der Aether* zur Zeit seines Verschiebungsmaximums hat. Der zweite Theil, welchen man auch so schreiben kann:

$$\frac{2\pi^2}{\delta^2} m (a - a_0)^2,$$

ist dagegen nichts anderes, als die in lebendige Kraft verwandelte potentielle Energie, welche das im Verschiebungsmaximum befindliche *Körpertheilchen selbst* besitzt. Um also die Gröfsen  $\varepsilon$  und  $\varepsilon_2$  ansehen zu können als in die Gleichung (b) nicht gehörend, mufs man annehmen, dafs die potentielle Energie, welche die *Körpertheilchen* zur Zeit ihres Verschiebungsmaximums besitzen, sowie die aus derselben hervorgehende actuelle Energie, von der Fortpflanzung ausgeschlossen sey.

Für diese Annahme sprechen in der That folgende Gründe.

Nach unserer mit der Fresnel'schen übereinstimmenden Grundansicht ist es blofs die überall gleiche Elasticität des Aethers, welche die Fortpflanzung der Lichtschwingungen bewirkt. Die Kraft, welche die *Körpertheilchen* nach ihrem Gleichgewichtsorte treibt, trägt also Nichts dazu bei; sie hat blofs den Zweck, die Mitschwingungen der *Körpertheilchen* zu vermitteln. Die aus dieser Kraft erzeugte potentielle Energie, welche die letzteren zur Zeit ihres Verschiebungsmaximums besitzen, steht daher zur Fortpflanzung in keiner Beziehung, und man kann daher nicht wohl annehmen, dafs sie selbst an der Fortpflanzung theilnehme.

Setzt man in der Gleichung (8)  $\frac{u'}{u}$  für  $n$ , so entsteht

$$\frac{u'^2}{u^2} = \frac{m' a'^2 + \Sigma m a a_0}{m' a'^2}.$$

Da  $u'$ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im leeren Raume, constant ist, der Werth von  $a'$  aber willkürlich ist, also ebenfalls als constant angenommen werden kann, so kann man das Product  $u'^2 m' a'^2$  gleich einer Constanten  $\frac{c^2}{2\pi^2} C$  setzen, wodurch man erhält

$$(e) \quad u^2 = \frac{C}{\frac{2\pi^2}{c^2} (m' a'^2 + \Sigma m a a_0)}.$$

Setzt man wie in §. 1

$$u^2 = c \frac{E}{D},$$

so sieht man, daß in der Gleichung (e) die die Fortpflanzung bewirkende Elasticität  $E$ , unserer erwähnten Ansicht entsprechend, constant ist, und daß die Dichtigkeit  $D$  vertreten ist durch diejenige beim Durchgang durch den Ruheort stattfindende lebendige Kraft, welche aus der potentiellen Energie, die der *Aether* zur Zeit seines Verschiebungsmaximums besitzt, entstanden ist. Die aus der potentiellen Energie, welche die *Körpertheilchen* zu dieser Zeit haben, hervorgegangene lebendige Kraft ist in der Gleichung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht enthalten; sie hat also mit der Fortpflanzung Nichts zu thun, und es ist daher auch nicht anzunehmen, daß sie an derselben theilnehme.

Demnach ist man wohl zu der Annahme berechtigt, *daß nur die potentielle Energie des Aethers und die daraus entstandene actuelle Energie in der Welle sich fortpflanze, daß dagegen die potentielle Energie, welche die Körpertheilchen in ihrem Verschiebungsmaximum haben, sowie die daraus hervorgegangene actuelle Energie, von der Fortpflanzung ausgeschlossen sey.*

Man kann die erstere als *fortschreitende*, die letztere als *stehende* Energie bezeichnen. Diese stehende Energie muß nun von der Gleichung (a) ausgeschlossen bleiben, wodurch die Größen  $\frac{e}{n^2}$  und  $\frac{e_2}{n^2_2}$  aus der Gleichung (b) herausfallen.

Diese *stehende* Energie der Körpertheilchen gehört dessenungeachtet der Lichtbewegung an und geht derselben nicht verloren. Auch sie entstammt, ebenso wie die *fortschreitende* Energie der Körpertheilchen, der Bewegung des Aethers und geht an dieselbe wieder zurück, aber nicht, wie die letztere, innerhalb derselben Welle, sondern innerhalb der ganzen Schwingungsreihe. Sie wächst, wenn in der Schwingungsreihe die Amplitude des Aethers wächst, und nimmt ab, wenn diese abnimmt. Dieses Wachsen und Abnehmen der stehenden Energie kann aber, wegen des Principis der Erhaltung der Kraft, nur auf Kosten

oder zu Gunsten der fortschreitenden Energie geschehen. Wenn daher eine Aetherwelle einen Körper durchläuft, so muß ihre fortschreitende Energie abnehmen, wenn ihre Amplitude größer ist als die der nächst vorhergehenden Welle, und sie muß wachsen, wenn jene kleiner ist als diese. Aber dieser Verlust oder Gewinn an Energie, welchen die Welle auf ihrem Wege erleidet, wird nur auf größeren Strecken merklich werden können; in der kurzen Zeit, in welcher sie die Gränzfläche passirt, ist derselbe jedenfalls als gleich Null zu erachten. Daraus folgt denn, daß die Gleichung (a) richtig ist, wenn man sie auf die fortschreitende Energie bezieht, die stehende aber ausschließt, und daß man statt der Gleichung (b) die folgende schreiben muß:

$$(f) \quad (a'^2 - a'^2_1) \cot \alpha = a'^2 \cot \alpha^2,$$

aus welcher, wie wir gesehen, durch Anwendung der Continuitätsgleichungen (c) und (d) die genauen Fresnel'schen Formeln hervorgehen.

Das vollständige Continuitätsprincip wurde, wie schon bemerkt, von Cauchy in seiner Reflexionstheorie angewandt; dagegen blieb von dieser Theorie jede andere Voraussetzung, sey es über gleiche oder ungleiche Elasticität des Aethers, über gleiche oder ungleiche Dichtigkeit desselben, oder über die Constanz der lebendigen Kräfte, ausgeschlossen. Die von Cauchy erhaltenen Formeln für die Intensität der reflectirten und gebrochenen Strahlen weichen nur, wenn die Schwingungen der Einfallsebene parallel sind, von den Fresnel'schen mehr oder weniger ab. Sucht man aber aus ihnen die Beziehung zwischen der Größe  $a'^2$ , und der Differenz  $a'^2 - a'^2_1$ , so erhält man die Gleichung (f), und zwar ganz genau. Daraus folgt, daß, wie Fresnel's Annahme ungleicher Dichtigkeit des Aethers bei gleicher Elasticität, ebenso auch unsere Annahme der Mitschwingungen der Körpertheilchen mit der Reflexionstheorie von Cauchy vollkommen harmonirt. Diese vollkommene Uebereinstimmung würde aber nicht stattfinden, d. h. das Continuitätsprincip würde nicht in dersel-

ben V  
einem  
wenn  
der V  
U  
der r  
dingu  
weise  
ren  
Verg  
also  
unser  
hende  
der  
auch  
die r  
die  
herv  
chen  
Vern  
zu b  
nen  
doch  
sen,  
der  
ben  
I  
welc  
und  
volle  
denz  
fluß  
nähe  
rühr

ben Vollständigkeit bei dem Uebergange des Strahls aus einem Mittel in das andere verwirklicht werden können, wenn die *gesammte* Energie der Körpertheilchen als mit der Welle fortschreitend angesehen werden müßte.

Unsere frühere Meinung, daß die Intensitätsgesetze der reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen an die Bedingung geknüpft seyen, daß die Brechung ganz vorzugsweise durch solche Körpertheilchen bewirkt werden, deren eigenthümliche Schwingungsdauer sehr klein ist im Vergleich zur Schwingungsdauer des Lichts, müssen wir also jetzt als Irrthum bezeichnen; *diese Gesetze sind*, wenn unsere Unterscheidung zwischen fortschreitender und stehender Energie richtig ist, *an keine Bedingung in Betreff der eigenthümlichen Schwingungsdauern gebunden*, wenn es auch aus anderen Gründen Thatsache zu seyn scheint, daß die refractiven Körpertheilchen allerdings sehr vorherrschend die Brechung bewirken. Indessen hat jener Irrthum — hervorgegangen aus dem Gedanken, daß die Körpertheilchen, wenn ihre einzige oder fast einzige Rolle in der Vermehrung der durch die elastische Kraft des Aethers zu bewältigenden Masse bestehen soll, ihrem momentanen Gleichgewichtsorte stets sehr nahe bleiben müßten — doch auch sein Gutes gehabt: denn er ist es eben gewesen, was zu der so erfolgreichen Methode der Betrachtung der momentanen Gleichgewichtsorter zuerst Anlaß gegeben hat.

Es muß noch bemerkt werden, daß, wenn die Schlüsse, welche uns zur Unterscheidung zwischen fortschreitender und stehender Energie geführt haben, noch nicht den zur vollständigen Ueberzeugung erforderlichen Grad von Evidenz besitzen, dies nur auf die Reflexionstheorie von Einfluß ist, daß dagegen die wichtige Gleichung (8), deren nähere Betrachtung uns jetzt obliegt, davon gar nicht berührt wird.

(Schluß des zweiten Theils im nächsten Heft.)

V. Ueber den Einfluss der astronomischen Bewegungen auf die optischen Erscheinungen;  
von Ed. Ketteler.

6. Die Aberration des Lichtes in den anisotropen Mitteln — Erweiterung der Fresnel'schen Theorie.

Die theoretischen Betrachtungen der letzten Abhandlung legen es nahe, unsere Untersuchung auf das Verhalten der anisotropen Mittel auszudehnen. Ich werde mich auf optisch einaxige Krystalle beschränken und auf den Fall, daß die Lichtverbreitung im sogenannten Hauptschnitt vor sich geht, in den zugleich auch die Richtung der Bewegung hineinfallen möge.

Wirkliche Versuche sind meines Wissens bis dahin niemals ausgeführt, wohl aber liegt ein Vorschlag vor von Sellmeier<sup>1)</sup>, der durch die Vermittelung Humboldt's in Moigno's Cosmos aufgenommen wurde, und auf den Herr Poggendorff mich freundlichst aufmerksam machte. Ich komme weiterhin auf ihn zurück.

60. Denken wir uns an den Krystall eine ebene Fläche geschliffen und durch die Normale derselben und die optische Axe eine Ebene hindurchgelegt. Dieselbe sey die Einfallsebene eines auffallenden polarisirten Strahles und sonach ein Hauptschnitt des Krystalles. Steht nun die Schwingungsebene des einfallenden Lichtes auf dieser Einfallsebene senkrecht (I. Hauptfall), so erfährt die in den Krystall eindringende Welle die ordinäre Brechung, ist dagegen die Schwingungsebene dem Hauptschnitt parallel (II. Hauptfall), so wird das eindringende Licht extraordinär gebrochen.

Es seyen ferner  $n_1 = \frac{v}{\omega_1}$ ,  $n_2 = \frac{v}{\omega_2}$  die Hauptbrechungsindices des Krystalles und zwar ersterer für die der Axe parallele, letzterer für die zur Axe senkrechte Richtung.

1) *Cosmos*, t. I, p. 672.



Man hat dann für die Geschwindigkeit einer außergewöhnlichen Welle, deren Normale mit der optischen Axe den Winkel  $\chi$  bildet:

$$53. \quad \omega^2 = \omega^2_2 \sin^2 \chi + \omega^2_1 \cos^2 \chi$$

und demzufolge für den zugehörigen Brechungsindex:

$$53b. \quad \frac{1}{n^2} = \frac{\sin^2 \chi}{n^2_2} + \frac{\cos^2 \chi}{n^2_1}.$$

Dies vorausgesetzt, lassen sich die Amplituden  $R$  und  $D$  des gespiegelten und gebrochenen Lichtes nach dem Cauchy'schen Verfahren berechnen, wo man dann bei Behandlung des I. Hauptfalles die Geschwindigkeit der gebrochenen Welle gleich  $\omega_1 = \frac{v}{n_1}$ , beim II. Hauptfall dagegen gleich dem variablen Werthe  $\omega = \frac{v}{n}$  zu setzen hat.

Beschränkt man sich auf senkrechte Incidenz, so ergibt sich für den I. Hauptfall, bei dem nur der ordinäre Strahl zu Stande kommt:

$$R. = - \frac{\sin(e-r)}{\sin(e+r)} = - \frac{n_1-1}{n_1+1}.$$

Und für den II. Hauptfall, bei dem nur die extraordinäre Welle sich bildet:

$$R_p = - \frac{\tan(e-r)}{\tan(e+r)} = - \frac{n-1}{n+1},$$

wenn nämlich das Einfallslot als Wellennormale mit der Axe den Winkel  $\chi$  bildet.

Liegt insbesondere die Richtung der Axe der Scheidewand parallel, so erlangt  $R_p$  den zweiten Hauptwerth:

$$R_p = - \frac{n_2-1}{n_2+1}.$$

61. Die genannten Beziehungen sind natürlich der gleichen Erweiterung fähig wie die entsprechenden Formeln der isotropen Mittel.

Ich mache vorläufig die Annahme, daß sich ein bewegter Krystall für eine unendlich kurze Zeit ganz ebenso verhalte, als ob er ruhte. Aus dieser Unterstellung, die durch die früheren Betrachtungen eine gewisse Wahr-

scheinlichkeit gewonnen, leiten sich dann mittelst der nämlichen Schlußfolgerungen wie in §. 45 die Relationen ab:

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega + gk \cos \varphi \\ 54. \quad k &= 1 - \frac{1}{n^2}. \end{aligned}$$

Und wenn für  $\frac{1}{n^2}$  sein aus Gl. 53 folgender Werth eingesetzt wird, so erhält man:

$$55. \quad k = \frac{n^2_2 - 1}{n^2_2} \sin^2 \chi + \frac{n^2_1 - 1}{n^2_1} \cos^2 \chi.$$

Unter der genannten Annahme also würden die von Fresnel für isotrope Medien aufgestellten Ausdrücke auch für die anisotropen ihre Gültigkeit bewahren.

Ebenso würden die Gesetze der Spiegelung und Brechung für bewegte doppelbrechende Mittel denen für einfachbrechende analog seyn, mit dem Unterschiede jedoch, daß die in Folge der Bewegung irgendwie gedrehte Welle auf ihrer neuen Normalen eine veränderte Elasticität und Dichtigkeit antrifft, und daß daher zu den früher betrachteten Variationen noch eine neue hinzutritt, die zugleich eine Function ist von der Stärke und Richtung der Bewegung und von dem Doppelbrechungsvermögen des Mittels. Jene ersteren heben sich — immer die strenge Richtigkeit der obigen Hypothese vorausgesetzt — in ihrer Gesamtwirkung auf, und so bleibt nur diese letztere übrig. Dieselbe läßt sich dann durch passende Combinationen beliebig verstärken.

62. Ich bespreche zunächst die Anwendung von Reflexionsprismen.

Sey Fig. 6 (Taf. IV in Bd. CXLIV)  $PQR$  der Hauptschnitt eines der Einfachheit wegen als rechtwinklig und gleichschenkl. angenommenen Prisma, der zugleich die optische Axe enthalte.

Auf die Vorderfläche desselben falle unter dem scheinbaren Incidenzwinkel  $\theta$  eine ebene Welle. Heißt der wirkliche Einfallswinkel  $\varepsilon$ , so besteht zwischen diesem und

dem Brechungswinkel  $\varrho$  der extraordinären Welle nahezu die Beziehung:

$$\frac{z}{\varrho} = \frac{v}{\omega_{\varrho}} = n,$$

unter  $\omega_{\varrho}$  die der Richtung  $\varrho$  entsprechende Geschwindigkeit des Ruhezustandes verstanden:

Bezeichnet man wie früher den Winkel  $ABL$  mit  $\sigma$ , den Spiegelungswinkel  $LBC$  mit  $s = \sigma + \Delta\sigma$ , so erhält das Reflexionsgesetz die Form:

$$\frac{\sin \sigma}{\sin s} = \frac{\omega_{\varrho} - g(1 - k_{\varrho}) \cos(\sigma - \psi)}{\omega_r + g(1 - k_r) \cos(\sigma + \psi)},$$

und für den schliesslichen Austrittswinkel hat man:

$$\frac{e}{r} = \frac{v}{\omega_r};$$

$k_{\varrho}$  wie  $\omega_{\varrho}$  beziehen sich auf die Richtung  $\varrho$ ,  $k_r$  und  $\omega_r$  auf die Richtung  $r$ .

Macht noch die optische Axe mit dem Einfallslot der spiegelnden Fläche den Winkel  $\gamma$ , so ist:

$$\omega_{\varrho}^2 = \omega_2^2 - (\omega_2^2 - \omega_1^2) \cos^2(\sigma - \gamma)$$

$$\omega_r^2 = \omega_2^2 - (\omega_2^2 - \omega_1^2) \cos^2(\sigma + \Delta\sigma + \gamma).$$

Man leitet daraus ab:

$$\omega_r^2 = \omega_{\varrho}^2 + (\omega_2^2 - \omega_1^2) [\sin 2\sigma \sin 2\gamma + \sin 2(\sigma + \gamma) \Delta\sigma],$$

und es erhellt, daß der Einfluß der durch die Bewegung erzeugten Drehung um  $\Delta\sigma$  am kräftigsten hervortritt, wenn man  $\gamma$  entweder  $= 0$  oder  $= 90^\circ$  setzt. Demzufolge entsprechen sich:

$$\begin{aligned} \gamma = 0, \quad \frac{\omega_r}{\omega_{\varrho}} &= 1 + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_{\varrho}^2} \sin 2\sigma \cdot \Delta\sigma \\ &= 90^\circ, \quad = 1 - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_{\varrho}^2} \sin 2\sigma \cdot \Delta\sigma. \end{aligned}$$

Ich wähle zunächst die erstere Bedingung, lasse also die optische Axe mit dem Einfallslot zusammenfallen.

Und da in beiden Fällen  $\frac{g}{\omega_r} (1 - k_r)$  sich nur um eine GröÙe zweiter Ordnung von  $\frac{g}{\omega_{\varrho}} (1 - k_{\varrho})$  unterscheidet, so folgt:

$$\frac{\sin(\sigma + \Delta\sigma)}{\sin \sigma} = \left(1 + 2 \frac{g}{\omega_\epsilon} (1 - k_\epsilon) \cos \sigma \cos \psi\right) \left(1 + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \omega_\epsilon^2} \sin 2\sigma \Delta\sigma\right)$$

$$\Delta\sigma \left(1 - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \omega_\epsilon^2} \sin 2\sigma \tan \sigma\right) = 2 \frac{g}{\omega_\epsilon} (1 - k_\epsilon) \sin \sigma \cos \psi.$$

Es mögen nun die höheren Potenzen von  $\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \omega_\epsilon^2}$  vernachlässigt und:

$$\omega_\epsilon^2 = \frac{1}{2} (\omega_2^2 + \omega_1^2) = \frac{v^2}{n^2}, \quad k_\epsilon = k$$

gesetzt werden. Dann wird:

$$\Delta\sigma = 2 \frac{g}{v} n (1 - k) \sin \sigma \cos \psi \left(1 + 2 \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \sin^2 \sigma\right).$$

Dieser Ausdruck fällt wieder mit dem §. 21 für isotrope Mittel erhaltenen zusammen, wenn  $n^2_1 = n^2_2$ .

Wie dort, erhält man für den wahren Austrittswinkel, sofern  $\frac{e}{r} = \frac{\epsilon}{\rho} = n$  gesetzt werden darf:

$$e = \epsilon + n \Delta\sigma$$

und für den scheinbaren:

$$57. \quad e + \alpha_2 = \frac{g}{v} \left[ -\sin(p - \psi) - \cos(p - \psi) + 2n^2(1 - k) \sin p \cos \psi \left(1 + 2 \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \sin^2 p\right) \right].$$

Dieser Werth reducirt sich wegen  $n^2(1 - k) = 1$  und  $p = 45^\circ$  auf:

$$57b. \quad \Delta = \sqrt{2} \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \cos \psi.$$

63. Solche Reflexionsprismen lassen sich in mehr-

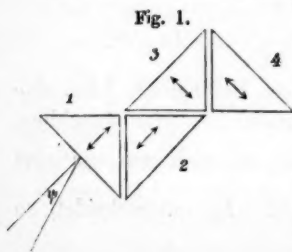


Fig. 1.

facher Art zu einem Systeme von steigender Wirkung zusammenstellen. Die von Sellmeier vorgeschlagene Combination ist Fig. 1 angedeutet. Für die einzelnen Prismen derselben erhält man der Reihe nach die folgenden innern Incidenz- und Spiegelungswinkel:

$$\begin{array}{ll}
 1 & \sigma \qquad \qquad \qquad \sigma + \Delta\sigma_1 \\
 2 \ 90 - & \sigma - \Delta\sigma_1 \qquad \qquad 90 - \sigma - \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 \\
 3 \ 90 - & \sigma - \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 \quad 90 - \sigma - \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3 \\
 4 \ \sigma + \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3 & \qquad \sigma + \Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3 + \Delta\sigma_4 \\
 \text{u. s. f.} & 
 \end{array}$$

Es müssen also, wenn 1 und 4 den Spiegelungswinkel vergrößern, 2 und 3 denselben verkleinern. Nennt man nun den Winkel zwischen der Bewegungsrichtung und der Normalen der ersten Spiegelfläche  $\psi$  und beachtet, daß sowohl der Uebergang von  $\psi < 90^\circ$  in  $\psi > 90^\circ$  als auch der Uebergang von  $\gamma = 0$  in  $\gamma = 90^\circ$  die Prismenwirkung umkehrt, so ist offenbar die Anordnung so zu treffen, daß 1 und 2 die Axen parallel gerichtet, 2 und 3 dieselben gekreuzt, 3 und 4 wieder parallel haben . . . , denn dann ist:

$$\Delta_1 = \Delta_4 = +\sqrt{2} \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \cos \psi$$

$$\Delta_2 = \Delta_3 = -\sqrt{2} \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \sin \psi.$$

Folglich wird die Totalwirkung von 1 und 2 oder von 3 und 4:

$$w = \sqrt{2} \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} (\cos \psi + \sin \psi).$$

Da sowohl die beiden ersteren als die beiden letzteren Prismen die Axen gleichgerichtet haben, so darf man sie selbstverständlich als zusammenhängendes Doppelprisma aus dem gleichen Krystallstück herauschneiden. So ergibt sich dann schliesslich für die Wirkung von  $m$  solcher Doppelprismen:

$$W = m \sqrt{2} \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} (\cos \psi + \sin \psi).$$

Dieselbe erreicht ihren positiven und negativen Maximalwerth für  $\psi = 45^\circ$  und  $\psi = 225^\circ$  und wird 0 in den beiden darauf senkrechten Stellungen. Der Maximalwerth:

$$W' = 2m \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2},$$

oder auch, wenn angenähert:  $n^2_1 + n^2_2 = 2 n_1 n_2$  gesetzt wird:

$$W' = m \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n_1 n_2}$$

ist ganz der nämliche, der schon l. c. von Sellmeier, allerdings ohne Mittheilung der Entwicklung selber, publicirt wurde.

64. Richtet man nun die Vorderfläche des beschriebenen, aus einer Paarzahl von Doppelp Prismen bestehenden Systems auf einen leuchtenden Punkt, so erhält man der entwickelten Theorie zufolge zwei nahe beisammen stehende Bilder desselben, ein unabgelenktes ordinäres und ein mehr oder weniger abgelenktes extraordinäres. Die Entfernung derselben, die je nach der Orientirung des Apparates einen bald positiven, bald negativen Werth hätte, läßt sich in bekannter Weise mittelst eines mit Mikrometer versehenen Fernrohrs messen. Und da bezüglich dieser Richtungsänderungen der Wellennormale Schwingungsdauer und Wellenlänge nicht in Betracht kommen, so müßte der Versuch mit terrestrischem wie mit kosmischem Lichte in gleicher Weise gelingen. Es läßt sich daher ein im Brennpunkt einer Collimatorlinse aufgestelltes Fadenkreuz (oder Spalt) am vortheilhaftesten als Sehzeichen verwenden.

Setzt man für Kalkspath und zwar für gelbes Licht  $n_1 = 1,658$ ;  $n_2 = 1,486$  und nimmt man  $\frac{g}{v} = 22'',445$ , so ergäbe sich die maximale Entfernung der beiden Bilder zu:

$$W' = \pm 4'',457 m.$$

Bei Anwendung von 4 Prismen und bei Rotation des Apparates um  $180^\circ$  würde man eine Verschiebung des extraordinären Bildes von nicht weniger als

$$35'',6$$

erhalten müssen.

Ich habe die Sellmeier'sche Prismen-Combination (4 Prismen mit 8-maliger innerer Reflexion) durch Hrn. Hofmann in Paris ausführen lassen<sup>1)</sup>. Der Apparat gab

1) In Auftrag gegeben am 10. März d. J.

hinlänglich scharfe Bilder, die, weil die vorgeschriebene Neigung der Flächen gegen die Axe natürlich nicht absolut scharf eingehalten werden konnte, um einen Bogen von einigen Minuten von einander abstanden. Die angewandte Vergrößerung war eine solche, daß noch eine Verschiebung von 2" gemessen werden konnte. Die Beobachtungen geschahen um Mittag, und wurde dabei die ganze Vorrichtung (mitsammt der daran befestigten Lampe) um eine vertikale Axe herumgedreht.

So wurde constatirt, daß sowohl das extraordinäre wie das ordinäre Bild ihre Stellung zum Fadenkreuz ganz unveränderlich bewahren, daß also keine Spur einer Verschiebung Statt hat.

65. Damit stehen wir vor einem analogen negativen Resultate, wie seiner Zeit Fresnel bezüglich des Arago'schen Experimentes. Fassen wir zunächst die Gesamtwirkung eines jeden Doppelprisma der Sellmeier'schen Combination in's Auge, dann ist klar, daß dieselbe eine qualitativ gleiche ist und quantitativ nur von der Größe des Winkels  $\psi$  abhängt. Wenn nun zwei Doppelprismen bei allen möglichen Werthen von  $\psi$  ( $\psi = \psi_1$  für das eine und  $\psi = 90^\circ - \psi_1$  für das andere) eine resultirende Wirkung  $= 0$  geben, so ist das nur dann möglich, wenn die Wirkung eines jeden einzelnen für sich der Null gleich ist. — Was ferner die beiden Einzelprismen 1 und 2 betrifft, so läßt sich der Ausdruck 57 für den scheinbaren Austrittswinkel auch auf die Form bringen:

$$e + \alpha_2 = -\sqrt{2} \frac{g}{v} \left[ 1 - n^2(1-k) \left( 1 \pm \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \right) \right] \cos \psi.$$

Beide wirken gleich für  $\psi = \pm 45^\circ$ , und die Wirkung des einen von ihnen reducirt sich auf 0 für  $\psi = 90^\circ$  oder  $\psi = 0$ . Damit also die resultirende Wirkung für alle Winkel  $\psi$  verschwinde, müßte entweder seyn:

$$\text{für 1 und für 2} \quad n^2(1-k) = 0$$

$$\text{oder für 1} \quad n^2(1-k) = 1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}$$

$$\text{und gleichzeitig für 2} \quad n^2(1-k) = 1 + \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}.$$



Ersteres widerspricht dem Verhalten des isotropen Mittels, in das ein doppelbrechendes für  $n_1 = n_2$  übergeht. Letzteres dagegen würde zu der unwahrscheinlichen Annahme führen, daß die Entrainirungsgeschwindigkeit des Aethers durch die Lage der Spiegelfläche (als Austrittsfläche) zur Krystallaxe bedingt sey.

Aus Allem wird man den Schluß ziehen, daß die einfache Uebertragung der für isotrope Medien geltenden Ausdrücke auf die anisotropen der Natur derselben widerspricht.

66. Eine Erklärung des negativen Resultates der Sellmeier'schen Combination erscheint also nur möglich mittelst Erweiterung der Fresnel'schen Theorie. Es wird eben angenommen werden müssen, daß in Folge der Bewegung die Elasticität oder Dichtigkeit des Krystalläthers sich ändert, so daß die inneren Wellen sich in demselben mit modificirter Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Theilchen zu Theilchen fortpflanzen. Die Wirkung eines bewegten Krystalles wird also selbst für eine unendlich kurze Zeit nicht mehr mit der des unbewegten zusammenfallen.

Andrerseits erscheint es plausibel, daß dieses Hervortreten des krystallinischen Charakters mit seinen nach den verschiedenen Richtungen hin verschiedenen Eigenschaften nur dann thatsächlich Statt hat, wenn bei der Einwirkung mehrere solche Richtungen unterschieden werden müssen. Es wird dann in dem Maasse, als Bewegungsrichtung des Krystalles und Fortpflanzungsrichtung der Wellen sich einander nähern, das Gesetz der Lichtausbreitung dem für isotrope Medien geltenden mehr und mehr nahe kommen und schliesslich zugleich mit der Coincidenz jener beiden Richtungen mit demselben zusammenfallen.

Im Uebrigen wird die in Rede stehende Modification der innern Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht, wie der Coëfficient  $gk$ , für  $\pm g$  oder für  $\varphi \leq 90^\circ$  ihr Zeichen wechseln. Dahingegen wird sie eine Function seyn von dem Winkel  $\chi$ , den Wellennormale und optische Axe mit einander bilden; ich werde dieselbe bezeichnen durch  $f(\chi)$ .

Den genannten Anforderungen läßt sich nun in einfacher Weise genügen, wenn man das Gesetz der absoluten Lichtausbreitung, das nach Fresnel für isotrope Medien die Form hat:

$$\omega' = \omega + g k \cos \varphi,$$

durch Hinzufügung eines neuen Gliedes auf:

$$\omega' = \omega + g (k \cos \varphi + k' f(\chi) \sin \varphi)$$

erweitert. Hier bedeutet  $k'$  einen Factor, der proportional seyn wird dem Doppelbrechungsvermögen des Mittels, und der vorderhand, wie auch  $f(\chi)$ , noch unbestimmt bleiben möge.

67. Dies vorausgesetzt, gestaltet sich die Berechnung der Sellmeier'schen Combination nunmehr folgendermaassen.

An die Stelle der Gleichung 56 tritt zunächst die folgende:

$$59. \frac{\sin \sigma}{\sin(\sigma + \Delta \sigma)} = \frac{\omega_{\xi} - g(1-k) \cos(\sigma - \psi) + g k' f(\sigma) \sin(\sigma - \psi)}{\omega_r + g(1-k) \cos(\sigma + \psi) + g k f(\pi - \sigma) \sin(\sigma + \psi)}$$

Da  $\sigma$  nahezu  $= 45^\circ$  ist, so werden  $f(\sigma)$  und  $f(\pi - \sigma)$  zwar den gleichen absoluten Werth haben, sich aber noch durch entgegengesetztes Zeichen unterscheiden können. Setzt man daher zur Abkürzung:

$$k' f(45^\circ) = x,$$

so wird entweder:

$$\text{I.} \quad k f(135^\circ) = +x$$

oder:

$$\text{II.} \quad k f(135^\circ) = -x$$

seyn müssen. Wir werden der Reihe nach diese beiden Möglichkeiten erörtern.

I. Unter der ersteren Annahme reducirt sich Gleichung 59 auf:

$$1 + \Delta \sigma = \frac{\omega_r}{\omega_{\xi}} \left\{ 1 + \sqrt{2} \frac{g}{\omega} [(1-k) \cos \psi + x \sin \psi] \right\}.$$

Und wenn für  $\frac{\omega_r}{\omega_{\xi}}$  sein obiger Werth eingesetzt wird, so erhält man:

$$\Delta \sigma \left( 1 \mp \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \right) = \sqrt{2} \frac{g}{v} [(1-k) \cos \psi + z \sin \psi].$$

Und schliesslich für den scheinbaren Austrittswinkel:

$$\begin{aligned} e + \alpha_2 &= -\sqrt{2} \frac{g}{v} \left\{ \left[ 1 - n^2(1-k) \left( 1 \pm \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \right) \right] \cos \psi \right. \\ &\quad \left. - n^2 z \left( 1 \pm \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \right) \sin \psi \right\} \\ &= -\sqrt{2} \frac{g}{v} \{ [1 - n^2(1-k)] \cos \psi \\ &\quad \mp n^2(1-k) \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \cos \psi - n^2 z \sin \psi \}, \end{aligned}$$

sofern  $z$  als Function des Doppelbrechungsvermögens eine Grösse von der Ordnung  $\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}$  ist und die höhern Potenzen dieses Quotienten vernachlässigt werden dürfen.

Entsprechend den obigen Ausführungen behalte ich den Fresnel'schen Werth des Coëfficienten  $k$  auch für Krystalle bei, so dass:

$$1 - n^2(1-k) = 0$$

wird. Der übrig bleibende Betrag der scheinbaren Ablenkung ist dann:

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{2} \frac{g}{v} \left\{ \pm \left[ n^2(1-k) \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \right] \cos \psi + [n^2 z] \sin \psi \right\} \\ &= \pm A \cos \psi + B \sin \psi. \end{aligned}$$

Untersuchen wir jetzt die Wirkung  $w$  der beiden Einzelprismen 1 und 2 sowie ihre resultirende Wirkung  $W$  für beliebige Winkel  $\psi$ . Es entsprechen sich:

$\psi_1 = 0^\circ$	$w_1 = + A$	$W = (A+B)$
$\psi_2 = -90^\circ$	$w_2 = - B$	
$\psi_1 = 45^\circ$	$w_1 = + (A+B) \frac{1}{\sqrt{2}}$	$W = (A+B) \sqrt{2}$
$\psi_2 = -45^\circ$	$w_2 = - (A+B) \frac{1}{\sqrt{2}}$	
$\psi_1 = 90^\circ$	$w_1 = + B$	$W = (A+B)$
$\psi_2 = 0^\circ$	$w_2 = - A$	

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \psi & w_1 &= A \cos \psi + B \sin \psi & W &= (A+B)(\cos \psi + \sin \psi). \\ \psi_2 &= -(90^\circ - \psi) & w_2 &= -A \sin \psi - B \cos \psi\end{aligned}$$

Damit nun, wie es die Erfahrung verlangt, die Gesamtwirkung des Doppelprisma verschwinde, dazu ist nothwendig und hinreichend, daß man habe:

$$A + B = 0$$

d. h.

$$60. \quad x = -\frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} (1 - k).$$

68. II. Fassen wir jetzt die zweite Möglichkeit in's Auge, daß nämlich:

$$k'(135^\circ) = -k'(45^\circ) = -x$$

sey. Die Gleichung 58 wird dann für Prisma 1:

$$1 + \Delta\sigma = \frac{\omega_r}{\omega_g} \left\{ 1 + \sqrt{2} \frac{g}{\omega} (1 - k - x) \cos \psi \right\}.$$

Und es folgt weiter:

$$\Delta\sigma \left( 1 - \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \right) = \sqrt{2} \frac{g}{\omega} (1 - k - x) \cos \psi.$$

$$\begin{aligned}e + \alpha_2 &= -\sqrt{2} \frac{g}{v} \left[ 1 - n^2 (1 - k - x) \left( 1 + \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \right) \right] \cos \psi \\ &= -\sqrt{2} \frac{g}{v} \left[ n^2 x - n^2 (1 - k) \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} \right] \cos \psi.\end{aligned}$$

Unter der gemachten Annahme verschwindet schon die Wirkung des Einzelprisma 1, sobald man setzt:

$$60b. \quad x = + \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2} (1 - k).$$

69. Um nun zu entscheiden, welche von den beiden Möglichkeiten der Natur entspricht, dazu wäre erforderlich, ein jedes Doppelprisma der Sellmeier'schen Combination in seine Elemente zu zerschneiden und dieselben unter Ausschluss etwa der geradzahligen Prismen 2, 4, 6... der Fig. 1 zu einer passenden Verstärkungssäule wieder zusammenzufügen. Die Maximalwirkung derselben, wie sie der ersteren Annahme entspricht, berechnet sich für  $m$  Prismen zu:

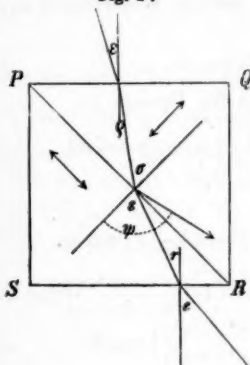
$$W' = 2m \frac{g}{v} \frac{n^2_1 - n^2_2}{n^2_1 + n^2_2}.$$

Dahingegen bleibt die Säule im zweiten Fall völlig wirkungslos.

Statt der gedachten Combination von Reflexionsprismen habe ich eine solche von Refraktionsprismen vorgezogen. Diese letzteren zeichnen sich ja überhaupt vor ersteren dadurch aus, daß das durchgehende Licht aus einem einzigen und nicht mehr aus zwei verschieden gerichteten Strahlen besteht.

Die angewandte Combination ist Figur 2 angedeutet.

Fig. 2.



Sie besteht aus zwei rechtwinkligen und gleichschenkligen Doppelspathprismen, für welche die eine optische Axe mit dem Lothe zur Trennungsfläche, die andere mit der Trennungsfläche selbst zusammenfällt.

Steht die Vorderfläche des ersten senkrecht zur scheinbaren Richtung der einfallenden Strahlen, und heißt wieder der wirkliche Einfallswinkel  $\varepsilon$ , so hat man:

$$\varrho = \frac{s}{n}, \quad \sigma = 45 + \varrho.$$

Bewegt sich das Prisma gegen das Loth zur Trennungsfläche in der Richtung  $\psi$  und nennt man den Brechungswinkel  $s = \sigma + d\sigma$ , so erfolgt die Brechung nach dem Gesetz:

$$61. \quad \frac{\sin \sigma}{\sin s} = \frac{\omega g - g(1-k_r) \cos(\sigma - \psi) + g k' f(\sigma) \sin(\sigma - \psi)}{\omega_r - g(1-k_r) \cos(s - \psi) + g k' f(\pi - \sigma) \sin(s - \psi)}.$$

Unterscheiden wir wieder die beiden möglichen Annahmen.

I. Wird  $f(45^\circ) = f(135^\circ) = +\frac{\pi}{k}$  gesetzt, dann differiren sämmtliche mit  $g$  behaftete, einander analoge Glieder nur um Größen zweiter Ordnung. Dieselben heben sich bei Ausführung der Division fort, und es bleibt:

$$\frac{\sin \sigma}{\sin s} = \frac{\omega_e}{\omega_r}.$$

Die Brechung einer unter dem wirklichen Einfallswinkel  $\sigma$  auffallenden Welle geht dann bei Ruhe wie bei Bewegung in gleicher Weise vor sich.

Dahingegen ist dieser Einfallswinkel  $\sigma$  selber von der Bewegung abhängig. Man hat nämlich:

$$\begin{aligned}\omega_e^2 &= \omega_2^2 - (\omega_2^2 - \omega_1^2) \cos^2 \sigma \\ \omega_r^2 &= \omega_2^2 - (\omega_2^2 - \omega_1^2) \sin^2 (\sigma + \Delta\sigma).\end{aligned}$$

Daraus leitet man ab:

$$\omega_e^2 = \omega_r^2 + (\omega_2^2 - \omega_1^2) (\sin 2\sigma \cdot \Delta\sigma - \cos 2\sigma)$$

und wegen:  $\sigma = 45 + \rho$ ,  $\sin 2\sigma = 1$ ,  $\cos 2\sigma = -2\rho$

$$\frac{\omega_e}{\omega_r} = 1 + \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} (\Delta\sigma + 2\rho).$$

So kommt:

$$\Delta\sigma \left(1 + \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}\right) = -2\rho \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}.$$

Und wenn man die höhern Potenzen von  $(n_1^2 - n_2^2)$  vernachlässigt und  $\rho$  durch  $\frac{\varepsilon}{n}$  ersetzt:

$$n \Delta\sigma = -2\varepsilon \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}.$$

Weiter hat man:

$$s = \sigma + \Delta\sigma = 45 + r, \quad \Delta\sigma = r - \rho, \quad e = nr = n(\rho + \Delta\sigma).$$

Folglich für den Werth des wirklichen Austrittswinkels:

$$e = \varepsilon \left(1 - 2 \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}\right).$$

Nun beträgt der Aberrationswinkel beim Eintritt:

$$\varepsilon = \frac{g}{v} \sin(\psi - 45 - \varepsilon)$$

und der beim Austritt:

$$\alpha_2 = -\frac{g}{v} \sin(\psi - 45 - e),$$

so daß man nahezu hat:

$$\alpha_2 = -\varepsilon.$$

Und so bleibt für den scheinbaren Austrittswinkel  $e + \alpha_2$  der Werth:

$$w = -2 \frac{g}{v} \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \sin(\psi - 45^\circ).$$

70. Vertauscht man in beiden Prismen die Lage der optischen Axe gegen einander, so erhält man für das Geschwindigkeitsverhältniß den Werth:

$$\frac{w_g}{w_r} = 1 - \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} (\Delta\sigma + 2\rho)$$

und darum schliesslich:

$$w = +2 \frac{g}{v} \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \sin(\psi - 45^\circ).$$

Dagegen ändert die Wirkung des Doppelprisma sich nicht, wenn man den Hauptschnitt  $PQR$  um die Linie  $QR$  als Axe um  $180^\circ$  herumdreht, während die Richtung der Translation die gleiche bleibt. Es wird dann:

$$\sigma = 45 - \rho, \quad s = 45 - r, \quad \Delta\sigma = \rho - r$$

$$e = n(\rho - \Delta\sigma)$$

$$\cos 2\sigma = +2\rho, \quad \Delta\sigma = +2\rho \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2},$$

Fig. 3. und daraus ergibt sich der gleiche Endwerth wie in voriger Nummer.



Demgemäß läßt sich eine Verstärkungssäule in doppelter Weise aufbauen. Man schichtet die einzelnen Doppelprismen entweder in gleicher Folge über einander, oder man kehrt zugleich die paarzahligen um und kann dann selbstverständlich (wie in Figur 3) das zweite und dritte, vierte und fünfte . . . Prisma aus dem gleichen Krystallstück herauserschneiden.

Die resultirende Wirkung von  $m$  Elementen, oder was dasselbe ist, von  $m$  Prismen der Figur 3, wird so:

$$W = -2m \frac{g}{v} \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \sin(\psi - 45^\circ).$$

71. II. Ein völlig verschiedenes Resultat erhält man, wenn:

$$f(135^\circ) = -f(45^\circ) = -\frac{x}{k}$$



gesetzt wird. Aus Gleichung 61 wird zunächst folgende:

$$1 + \Delta\sigma = \frac{\omega_r}{\omega_g} \left[ 1 - 2 \frac{g}{\omega} x \sin(45 - \psi) \right].$$

Und wird für  $\frac{\omega_r}{\omega_g}$  sein obiger Werth eingesetzt, so kommt:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= - \left[ \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} 2\rho + 2 \frac{g}{\omega} x \sin(45 - \psi) \right] \\ &= - 2 \frac{g}{v} \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \frac{1}{n} - nx \right) \sin(\psi - 45^\circ). \end{aligned}$$

Es wird also  $\Delta\sigma = 0$ , sobald man annimmt, daß:

$$x = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} (1 - k),$$

und damit verschwindet dann jede Wirkung der gedachten Combination, die sich bezüglich der Bewegung durch nichts mehr von einer einfach brechenden planparallelen Platte unterscheiden würde.

Ich habe nun eine solche Verstärkungssäule von der Einrichtung der Fig. 3 von Hrn. Hofmann anfertigen lassen<sup>1)</sup>. Es sind die Prismen, die früher zur Ausführung des Sellmeier'schen Vorschlages gedient haben, dazu benutzt und an den Enden noch zwei weitere Halbprismen zur Ergänzung hinzugefügt. Das System versprach sonach gemäß der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen eine Maximalwirkung von nicht weniger als:

$$W' = 44'',57,$$

wenn der Apparat gegen Mittag um  $180^\circ$  gedreht wird.

Der Versuch wurde zum Theil mit Gaslicht und zum Theil mit Drummond'schem Kalklicht ausgeführt, und betrug insbesondere im letzten Fall die Breite des Spaltes nur ganz wenige Sekunden. Das Prismensystem gab trotz 50maliger Vergrößerung hinlänglich scharfe und reine Bilder.

So wurde constatirt, daß bei Drehung des Apparates das extraordinäre wie das ordinäre Bild weder gegen einander, noch auch gegen das Fadenkreuz die mindeste wahrnehmbare Verschiebung erleiden. Dagegen bewegt sich das

1) Erhalten am 24. Juni d. J.

extraordinäre Spaltbild mit einer bemerkenswerthen Geschwindigkeit, sobald das Prismensystem selber zwischen Spaltrohr und Fernrohr auch nur um ganz wenig gedreht wird. Es dürfte sich dasselbe dieserhalb recht wohl zu demonstrativen Versuchen empfehlen.

72. Das beschriebene Experiment hat sonach den unzweideutigen Beweis geliefert, daß von den beiden Werthen 60 und 60*b* der letztere der Wirklichkeit entspricht, und daß folglich schon die Wirkung eines einzelnen Reflexionsprisma der Null gleich ist.

Das Ensemble der mit beiden Combinationen ausgeführten Versuche leistet ferner die Bürgschaft, daß auch die Art der Erweiterung, wie wir sie in Gleichung 58 dem Gesetze der absoluten Lichtausbreitung durch Hinzufügung eines neuen Gliedes für anisotrope Medien gegeben, durchaus zulässig ist und bei passender Bestimmung der  $f(\chi)$  allen Thatsachen Rechnung tragen wird.

Nun wurde gefunden:

$$f(135^\circ) = -f(45^\circ),$$

und die einfachste Verallgemeinerung, die sich hier machen läßt, ist offenbar die Annahme:

$$f(\chi) = \sin 2\chi.$$

Ersetzt man andererseits in Gleichung 60*b* den Coefficienten  $k$  durch seinen Werth in  $n$  und beachtet, daß:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2_2} + \frac{1}{n^2_1} \right),$$

so schreibt sich:

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2_2} - \frac{1}{n^2_1} \right)$$

und sonach:

$$62. \quad k f(\chi) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2_2} - \frac{1}{n^2_1} \right) \sin 2\chi.$$

Dieser Werth soll nun benutzt werden zur Berechnung der Modification, welche die scheinbare Ablenkung in einem gewöhnlichen doppeltbrechenden Prisma erfährt, dessen Hauptschnitt auf der brechenden Kante senkrecht steht, und das in der Ebene dieses Hauptschnittes bewegt wird.

73. Es sey Fig. 3 (Taf. IV in Bd. CXLIV) der Hauptschnitt des Prisma, und es bilde die optische Axe mit der Wellennormale des durchgehenden Lichtes für den Ruhezustand den Winkel  $\chi$ . Entsprechend den früheren Bezeichnungen läßt sich nun schreiben:

$$\begin{aligned} e &= F(\varepsilon, n) \\ e' - e &= F(\varepsilon + \delta\varepsilon, n + \delta n) - F(\varepsilon, n) \\ &= \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \delta\varepsilon + \frac{\partial F}{\partial n} \delta n \\ &= \delta e + \Delta e, \end{aligned}$$

Und addirt man zu dieser Modification der *wirklichen* Ablenkung die schiefliche Aberration des austretenden Strahles  $\alpha_2$ , so beträgt die Modification der *scheinbaren* Ablenkung die Summe:

$$\delta e + \Delta e + \alpha_2.$$

Ich werde wieder die beiden ersten Glieder derselben getrennt untersuchen: das erstere enthält die in Folge der fehlerhaften Aufstellung des Prisma bewirkte Aenderung des Austrittswinkels für das unmodificirte  $n$ , die zweite die Modification dieses Austrittes in Folge der geänderten Brechung.

1) Der bei der Aufstellung gemachte Aberrationsfehler hat den Werth:

$$\alpha_1 = \frac{g}{v} \cos(\varepsilon - \psi - p),$$

und so beträgt der wirkliche Einfallswinkel:

$$\varepsilon' = \varepsilon + \alpha_1.$$

Man hat nun:

$$\begin{aligned} \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varrho} &= \frac{v}{\omega_0}, \quad \frac{\sin(\varepsilon + \delta\varepsilon)}{\sin(\varrho + \delta\varrho)} = \frac{v}{\omega_0'} \\ \omega_0'^2 &= \omega_0^2 - (\omega_0^2 - \omega_1^2) \cos^2 \chi \\ \omega_0'^2 &= \omega_0^2 - (\omega_0^2 - \omega_1^2) \cos^2(\chi + \delta\varrho). \end{aligned}$$

Und daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} \omega_0' &= \omega_0 \left( 1 + \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{2\omega_0^2} \sin 2\chi \cdot \delta\varrho \right) \\ \frac{\sin(\varepsilon + \delta\varepsilon)}{\sin(\varrho + \delta\varrho)} &= \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varrho} \left( 1 - \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{2\omega_0^2} \sin 2\chi \cdot \delta\varrho \right) \end{aligned}$$

$$\delta \varrho = \delta \varepsilon \cdot \cot \varepsilon \tan \varrho \left( 1 + \frac{\omega^2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \tan \varrho \right).$$

Es ist dann weiter:

$$r + \varrho = 2p, \quad \delta r = -\delta \varrho$$

$$\frac{\sin(\varepsilon + \delta \varepsilon)}{\sin(r + \delta r)} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin r} \left( 1 - \frac{\omega^2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \delta \varrho \right)$$

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon &= -\delta \varrho \cdot \tan \varepsilon \cot r \left( 1 + \frac{\omega^2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \tan r \right) \\ &= -\delta \varepsilon \tan \varepsilon \cot r \cot \varepsilon \tan \varrho \times \\ &\quad \times \left[ 1 + \frac{\omega^2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi (\tan \varrho + \tan r) \right]. \end{aligned}$$

Und wenn schliesslich für  $\delta \varepsilon$  sein Werth  $\alpha_1$  eingesetzt wird:

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon &= -\frac{g}{v} \frac{\cos r \cos \varepsilon}{\cos \varepsilon \cos \varrho} \cos(\varepsilon - \psi - p) \left[ 1 + \frac{\omega^2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sin 2\chi (\tan \varrho + \tan r) \right]. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck fällt mit dem §. 16 für isotrope Mittel erhaltenen zusammen, wenn  $\omega^2_2 = \omega^2_1$ .

2) Die durch die Bewegung modificirte innere Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen schreibt sich analog wie früher:

$$\omega_r = \omega''_0 + g \times \sin 2\chi \sin(\Sigma - \Psi) - \dots$$

unter  $\omega''_0$  diejenige Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Ruhezustandes verstanden, die der um  $\Delta \varrho$  veränderten Richtung  $\chi + \Delta \varrho$  der inneren Welle gegen die optische Axe entspricht.

Man findet:

$$\Sigma - \Psi = -BAX = -[90 - (\varrho - \psi - p)],$$

folglich:

$$\omega_r = \omega''_0 - g \times \sin 2\chi \cos(\varrho - \psi - p) - \dots$$

Und so geht die erste Brechung vor sich nach dem Gesetze:

$$63. \frac{\sin \varepsilon}{\sin(\varrho + \Delta \varrho)} = \frac{v - g \sin(\varepsilon - \psi - p)}{\omega''_0 - g(1-k) \cos(\varrho - \psi - p) - g \times \sin 2\chi \cos(\varrho - \psi - p)}.$$

Mit Rücksicht darauf, daß:

$$\omega''_0 = \omega_0 \left( 1 + \frac{\omega^2_2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \Delta \varrho \right)$$

gefunden wird, schreibt sich diese Gleichung auch:

$$\sin(\varrho + \Delta\varrho) = \sin\varrho \left\{ 1 + \frac{\omega^2 - \omega'^2}{2\omega^2} \sin 2\chi \Delta\varrho \right. \\ \left. + \frac{g}{v} \left[ \sin(\varepsilon - \psi - p) - n(1-k) \sin(\varrho - \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. - nx \sin 2\chi \cos(\varrho - \psi - p) \right] \right\}.$$

$$\Delta\varrho = \frac{g}{v} \tan\varrho \left[ \sin(\varepsilon - \psi - p) - n(1-k) \sin(\varrho - \psi - p) \right. \\ \left. - nx \sin 2\chi \cos(\varrho - \psi - p) \right] \left( 1 + \frac{\omega^2 - \omega'^2}{2\omega^2} \sin 2\chi \tan\varrho \right),$$

wenn nämlich die höheren Potenzen von  $(\omega^2 - \omega'^2)$  vernachlässigt werden.

Um zur zweiten Brechung überzugehen, so ist:

$$r + \varrho = 2p, \quad \Delta r = -\Delta\varrho,$$

und die Brechung geht vor sich nach dem Gesetz:

$$\frac{\sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon)}{\sin(r + \Delta r)} \frac{\sin(\varrho + \Delta\varrho)}{\sin\varepsilon} = \frac{v + g \sin(\varepsilon + \psi - p)}{v - g \sin(\varepsilon - \psi - p)}.$$

Man findet schliesslich:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{g}{v} \tan\varepsilon \left\{ \left[ \sin(\varepsilon - \psi - p) - n(1-k) \sin(\varrho - \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. - nx \sin 2\chi \cos(\varrho - \psi - p) \right] \left[ 1 + \frac{\omega^2 - \omega'^2}{2\omega^2} \sin 2\chi (\tan\varrho \right. \right. \\ \left. \left. + \tan r) \right] \frac{\tan\varrho}{\tan r} - \left[ \sin(\varepsilon + \psi - p) - n(1-k) \sin(r + \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. + nx \sin 2\chi \cos(r + \psi - p) \right] \right\}.$$

Addirt man jetzt zu  $\delta\varepsilon + \Delta\varepsilon$  die Aberration des austretenden Strahles — dieselbe beträgt:

$$\alpha_2 = \frac{g}{v} \cos(\varepsilon + \psi - p)$$

— hinzu, so erhält man die totale Modification der scheinbaren Ablenkung. Dieselbe vereinfacht sich zunächst dadurch, daß wegen  $n^2(1-k)=1$  sämtliche Glieder, die nicht mit den Coëfficienten der doppelten Brechung behaftet sind, aus derselben fortfallen.

So ergibt sich die Wirkung des Prisma zu:

$$w = -\frac{g}{v} \operatorname{tang} e \left\{ -n x \sin 2\chi \left[ \cos (\varrho - \psi - p) \frac{\operatorname{tang} \varrho}{\operatorname{tang} r} \right. \right. \\ \left. \left. + \cos (r + \psi - p) \right] + \frac{\omega^2_2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \left[ \sin (\varepsilon - \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. - n (1 - k) \sin (\varrho - \psi - p) - n x \sin 2\chi \cos (\varrho - \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. + \cot \varepsilon \cos (\varepsilon - \psi - p) \right] \frac{\operatorname{tang} \varrho + \operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} r} \operatorname{tang} \varrho \right\}.$$

Oder wenn das vorletzte Glied vernachlässigt und reducirt wird:

$$w = -\frac{g}{v} \sin 2\chi \operatorname{tang} e \frac{\operatorname{tang} \varrho + \operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} r} \left\{ -n x \cos (\varrho - \psi - p) \right. \\ \left. + \frac{\omega^2_2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \left[ \sin (\varepsilon - \psi - p) - \frac{1}{n} \sin (\varrho - \psi - p) \right. \right. \\ \left. \left. + \cot \varepsilon \cos (\varepsilon - \psi - p) \right] \operatorname{tang} \varrho \right\}.$$

Der Werth der letzten Klammer zieht sich zunächst auf:

$$\operatorname{tang} \varrho \left[ \frac{\cos (\psi + p)}{\sin \varepsilon} - \frac{1}{n} \sin (\varrho - \psi - p) \right]$$

zusammen, und wenn man für  $x$  seinen früher erhaltenen Werth:

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2_2} - \frac{1}{n^2_1} \right), \quad n x = \frac{\omega^2_2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \frac{1}{n}$$

einsetzt, so kommt schließlich:

$$w = -\frac{g}{v} \frac{\omega^2_2 - \omega^2_1}{2\omega^2} \sin 2\chi \operatorname{tang} e \frac{\operatorname{tang} \varrho + \operatorname{tang} r}{\operatorname{tang} r} \left( \operatorname{tang} \varrho \frac{\cos (\psi + p)}{\sin \varepsilon} \right. \\ \left. - \operatorname{tang} \varrho \frac{\cos (\psi + p)}{\sin \varepsilon} \right) = 0.$$

Ist aber die Summe der doppeltbrechenden Antheile der Incremente  $\delta e$  und  $\delta e$  gleich 0, so heben sich beide genau einander auf.

Daß nun in der That die Erfahrung das hier berechnete Resultat bestätigen werde, unterliegt nach dem Früheren wohl keinem Zweifel. Daraus ergibt sich dann evident die Berechtigung der Annahme:

$$f(\chi) = \sin 2\chi.$$

74. Werfen wir hiernach einen kurzen Rückblick auf die von uns behandelten Apparate:

Die Combination der Refractionsprismen verhält sich der Bewegung gegenüber wie eine planparallele Platte eines isotropen Mittels. Es heben sich die beiden äußeren Aberrationen auf, und das Geschwindigkeitsverhältniß der Wellen zu beiden Seiten der Trennungsfläche wird der Einheit gleich.

Bei dem Reflexionsprisma verlaufen die Strahlen außerhalb desselben wie bei einem solchen aus Glas, und wenn auch die Totalwirkung des Kalkspathprisma dem eines Glasprisma gleich ist, so rührt das wieder daher, daß das Verhältniß der wirklichen Geschwindigkeiten der Wellen vor und nach der Spiegelung gleich Eins ist. So hebt denn die innere physische Aberration die beiden äußeren physiologischen auf.

Bei dem gewöhnlichen einfachen Prisma endlich erfährt die innere Welle eine merkliche Modification ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Dieselbe wird aber aufgehoben durch den Einfluß der Modification des Einfallswinkels. Und so repetirt sich hier für den doppeltbrechenden Antheil dasselbe, was für den einfach brechenden schon bekannt war.

75. Wohl hatte ich gehofft, bei vorliegender Untersuchung zu einem anderen positiven Resultate zu gelangen. Wäre wirklich der Effect der besprochenen Combinationen nicht gleich Null, dann böte sich ein Mittel, die etwaige Bewegung des Sonnensystems mittelst einfacher Benutzung von Sonnen- oder irdischem Lichte auf das schärfste zu verfolgen. Oben (§. 36) habe ich nachgewiesen, daß auch die bisherigen Beugungsversuche Ångström's zur Lösung dieses Problems ebensowenig haben beitragen können.

So bescheide ich mich denn mit der durchgeführten Erweiterung der Fresnel'schen Theorie. Ihr zufolge ist das Gesetz der Lichtverbreitung in einem bewegten doppeltbrechenden Medium für die extraordinäre Welle ausgesprochen in den Beziehungen:



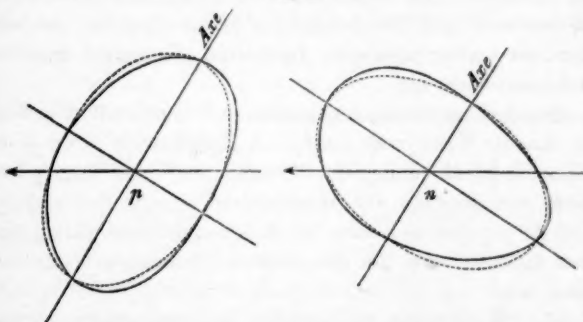
$$\omega' = \omega + g k \cos \varphi$$

$$64. \quad \omega_2 = \omega + g \left( \frac{1}{n^2_2} - \frac{1}{n^2_1} \right) \sin \chi \cos \chi \sin \varphi$$

$$k = \frac{n^2_1 - 1}{n^2_1} \cos^2 \chi + \frac{n^2_2 - 1}{n^2_2} \sin^2 \chi.$$

Die zweite derselben gilt zunächst für den Hauptschnitt, indess wird ihre Form auch für jeden Diametralschnitt der Fläche Gl. 53 bestehen bleiben, sofern man die beiden Halbaxen ( $\omega_1, \omega_2$ ) des Hauptschnittes durch die Halbaxen des Diametralschnittes ersetzt.

Fig. 4.



Die Figur 4 soll diesen durch die Translation bewirkten Antheil der Aenderung der innern Fortpflanzungsgeschwindigkeit und zwar für die Ebene des Hauptschnittes zur Anschauung bringen.  $p$  bezieht sich auf einen positiven,  $n$  auf einen negativen Krystall. Man sieht, dass diese Modification für die Richtung der Axen und für die der Bewegung verschwindet, und dass sie für beide Arten von Krystallen in entgegengesetzter Weise verläuft.

76. Die in den sechs Aufsätzen behandelten Punkte lassen sich im Einzelnen in folgender Weise zusammenfassen:

1) Das Doppler'sche Princip, das sich nicht bloß auf directes Licht, sondern namentlich auch auf die secundär leuchtenden Punkte einer bewegten Scheidewand

bezieht, ist eine Consequenz der Elementarsätze der Wellenlehre sowie der Gränzbedingungen der Continuität.

2) Aus diesen und aus entsprechenden geometrischen Beziehungen hat sich ergeben, daß bei jeder Spiegelung, Brechung und Beugung die schließliche Wellenlänge eine Modification erfährt.

3) Dieser Modification der Wellenlänge geht parallel eine Modification der relativen Fortpflanzungsgeschwindigkeit, und in Folge deren ändern die Strahlen ihre Richtung.

4) Bei jeder Spiegelung und Brechung bleibt das Verhältniß der relativen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten dem Verhältniß der Wellenlängen gleich, und gelten ebenso für die Beugung an bewegter Scheidewand die nämlichen Beziehungen zwischen den modificirten Wellen wie bei der Ruhe zwischen den unmodificirten.

5) Der Erfahrung zufolge ist bei der Spiegelung der scheinbare Spiegelungswinkel stets dem scheinbaren Einfallswinkel gleich.

Bei der Brechung durch ein Prisma bleibt die scheinbare Ablenkung von der Bewegung unabhängig.

Das Gleiche gilt von dem mittleren Beugungsbilde und von jedem Mittelbilde einer Interferenzerscheinung (bei terrestrischem Lichte auch von den übrigen).

6) Diese Thatsachen als Ergebnisse negativer Versuche führen behufs ihrer Erklärung zu einer von der Kugelgestalt abweichenden Geschwindigkeitsfläche der Wellen und dem entsprechend zu einer eigenen Wellenfläche als der Envelope jener.

7) Der Erfahrung zufolge ist die scheinbare Richtung des „Strahles“ in einem mit einer brechenden Substanz gefüllten Fernrohr von der Bewegung unabhängig.

8) Den unter 5 und 7 genannten Thatsachen wird übereinstimmend durch die Bedingungsgleichung:  $k = \frac{n^2 - 1}{n^2}$  genügt, aber sie alle lassen es dahingestellt, welcher Antheil der Modification der Lichtausbreitung auf eine Veränderung der innern Wellengeschwindigkeit und welcher auf die bloße Entrainirung des Aethers fällt.

9) Zu dem nämlichen Werthe von  $k$  führen die erweiterten Gränzbedingungen mit der gleichen Beschränkung <sup>1)</sup>).

10) Das zur Einfallsebene senkrecht schwingende Licht wird scheinbar weder bei der Spiegelung noch bei der Brechung modificirt, wohl aber das parallel zur Einfallsebene schwingende.

11) In Folge dessen erfährt die Intensität dieses letzteren sowie das Polarisationsazimuth des unter gegebenem Azimuth einfallenden Strahles (gleichgültig, welcher Quelle er entspringen) eine wahrnehmbare Veränderung. Und so erscheint

12) die Drehung der Polarisationssebene unter dem Einfluß der Erdbewegung geeignet, die schwebende Frage nach der Schwingungsrichtung des polarisirten Lichtes endgültig zu lösen.

13) Der Erfahrung zufolge erfährt auch der extraordinäre Strahl der doppeltbrechenden Mittel weder durch Spiegelung noch durch Brechung eine wahrnehmbare Aenderung seiner Richtung.

14) Man schließt daraus, daß entweder die Geschwindigkeit des entrainirten Aethers oder aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Theilchen zu Theilchen und damit die Elasticität oder Dichtigkeit sich allseitig ändert.

Die besprochenen Punkte begreifen in ziemlicher Vollständigkeit das, was man die Lehre von der Aberration des Lichtes nennen könnte.

Bonn, Juli 1872.

#### Zusatz.

In einer nachträglichen Zuschrift an den Herausgeber fügt der Hr. Verfasser den vorstehenden Sätzen noch die beiden folgenden hinzu, deren Begründung man in einem der nächsten Hefte der Annalen finden wird.

- 1) Da nämlich in §. 46 für  $a = 0$  der Coëfficient  $R$  nicht von  $v_i$  und  $T_i$ , sondern bloß von  $v_i T_i$  abhängt, so waren die Prämissen des dort gezogenen Schlusses zu enge, und ist die Umkehrung desselben (§. 58) unrichtig.

15) „Das Licht durchläuft die bewegten durchsichtigen Mittel, anisotrope wie isotrope, in einer und derselben durch die ponderablen Molecule hindurchlegbaren Röhre, so lange nur bei sonst beliebiger Bewegung der scheinbare äufsere Einfallswinkel constant erhalten wird.

16) Sind  $x', y', z'$  die Coordinaten der Wellenfläche eines Mittels für den Zustand der Ruhe,  $x, y, z$  die entsprechenden für den Zustand der Bewegung, und bildet die Bewegungsrichtung mit den Elasticitätsaxen als Coordinatenaxen die Winkel  $L, M, N$ , so geht die Gleichung der Wellenfläche des ruhenden Mittels dadurch in die des bewegten über, daß man setzt:

$$x' = x - gk_1 \cos L, y' = y - gk_2 \cos M, z' = z - gk_3 \cos N.$$

P.

## VI. *Bestimmung der Wärmegrade in absolutem Maafse; von L. Lorenz in Kopenhagen.*

Eins der wichtigsten Mittel der neueren Zeit, unabhängig von allen physischen Hypothesen die Verbindung zwischen den verschiedenen Kräften aufzuklären, ist die Bestimmung der von diesen Kräften abhängigen Gröfsen durch die nämlichen absoluten Einheiten; während das absolute Maafs in der Lehre von dem Magnetismus und der Elektrizität durchgeführt ist, so ist bis jetzt der Wärmegrad nur auf willkürliche Art bestimmt worden, und hierdurch ist, so zu sagen, der Faden, der die Wärme mit den übrigen physischen Kräften verbindet, zerrissen worden. Der Zweck der gegenwärtigen Untersuchung ist daher auf rein empirischem Wege eine Definition des absoluten Wärmegrades zu begründen und durch Einführung desselben in die Wissenschaft die Verwandtschaft, in welcher die Wärme und die Elektrizität zu einander stehen, näher zu beleuchten.

Die von Gauß und Weber eingeführten absoluten

Einheiten, welche wir auch in dem Folgenden benutzen werden, sind: das *Millimeter* als *Längeneinheit*, die *Secunde* als *Zeiteinheit* und das *Milligramm* als *Masseneinheit*. Mit diesen Einheiten ist bekanntlich die *elektromagnetische Einheit* der *Stromstärke* als die Stärke desjenigen Stromes definiert, welcher, die Flächeneinheit umkreisend, auf einen Magnetpol wie ein unendlich kleiner Magnet wirkt, dessen Moment Eins ist. Weber hat ferner als Einheit der *Elektricitätsmenge* die Menge der positiven Elektricität gewählt, welche in der Zeiteinheit sich in positiver Richtung in einem elektrischen Strome bewegt, dessen Stärke die Einheit ist, wo dann vorausgesetzt ist, daß gleichzeitig die nämliche Menge von negativer Elektricität in entgegengesetzter Richtung geht. Wir werden jedoch in dem Folgenden mit mehreren anderen Verfassern die ohne Rücksicht auf das Vorzeichen genommene *Summe* der beiden in entgegengesetzten Richtungen sich bewegendenden positiven und negativen Elektricitätsmengen, die in der Zeiteinheit durch eine Leitung gehend, die Stromstärke Eins erzeugt, als Einheit der Elektricitätsmenge betrachten.

Die absolute *Wärmeeinheit* ist bestimmt als die mit der absoluten Arbeitseinheit aequivalente Wärmemenge. Will man nun einen *Wärmegrad* als die Temperaturerhöhung, welche eine absolute Wärmeeinheit hervorbringt, indem sie der Masseneinheit des Wassers mitgetheilt wird, definieren, so ist doch der Wärmegrad immer noch nur willkürlich bestimmt, da er von der physischen Natur des gewählten Stoffes, *des Wassers*, abhängig ist. Wählt man hingegen statt einer gewissen Menge Wassers eine gewisse Anzahl von *Atomen eines Grundstoffes*, so wird dem Dulong-Petit'schen Gesetze zufolge die Erwärmung, welche eine gegebene Wärmemenge in diesen Atomen hervorbringt, von der Natur des Stoffes unabhängig seyn, und es bleibt dann nur noch übrig, die Anzahl von Atomen, welche gewählt werden soll, näher festzusetzen.

Das erwähnte Gesetz gilt allerdings nicht ganz genau, was die *festen Grundstoffe* anbetrifft, die Abweichungen

haben jedoch darin eine natürliche Erklärung gefunden, daß die Wärme hier nicht nur zur Erwärmung, sondern auch dazu, eine innere moleculare Arbeit auszuführen, benutzt wird. Dahingegen ist das Gesetz gewiss genau für alle diejenigen *Luftarten* gültig, in Bezug auf welche man annehmen kann, daß von der mitgetheilten Wärme Nichts zu innerer Arbeit übergeht. Den Verlust an Arbeit zu äußerer Arbeit kann man dadurch vermeiden, daß man die Luft bei einem *constanten* Volumen erwärmt.

Nach Regnault ist bei *constantem Drucke* die specifische Wärme des

Stickstoffes,	Sauerstoffes,	Wasserstoffes,
0,24380,	0,21751,	3,40900.

Um also unter constantem Drucke

14<sup>mg</sup> Stickstoff, 16<sup>mg</sup> Sauerstoff, 1<sup>mg</sup> Wasserstoff  
zu erwärmen, sind

3,41320,	3,48016,	3,40900
----------	----------	---------

relative Wärmeeinheiten (1<sup>mg</sup> Wasser 1° C.) erforderlich. Diese drei Zahlen, von denen insbesondere die erste und die letzte einander sehr nahe kommen, zeigen, in Uebereinstimmung mit dem Dulong-Petit'schen Gesetze, daß die nämliche Wärmemenge erforderlich ist, um das nämliche Volumen bei gleichem Drucke und also auch, wie wir annehmen, die nämliche Anzahl von Atomen der erwähnten Luftarten um einen Grad zu erwärmen.

Bei *constantem Volumen* wird die specifische Wärme dieser Luftarten 1,40 (1,41 nach den älteren und 1,3945 nach den Regnault'schen Bestimmungen der Geschwindigkeit des Schalls in Luft) Mal kleiner; nehmen wir von den drei obengenannten Zahlen die mittleren Werthe der zwei Zahlen, welche am nächsten mit einander übereinstimmen (für Stickstoff und Wasser), nämlich

3,4111,

so erhalten wir

2,436 Wärmeeinheiten (1<sup>mg</sup> Wasser 1° C.)

als die Wärmemenge, welche zu erforderlich ist, bei con-

stantem Volumen so viele Atome einer permanenten Luftart zu erwärmen, als in 1<sup>mgr</sup> Wasserstoff enthalten sind.

Die hier benutzte relative Wärmeeinheit kann leicht in absoluten Arbeitseinheiten ausgedrückt werden, und in diesem Maafse bestimmt, wollen wir sie durch  $A$  bezeichnen. Die genannte Wärmeeinheit ist nämlich einer Arbeit von 433 Milligramm Metern aequivalent, und da das Gewicht eines Milligrammes 9806 absolute Einheiten ist, nämlich die Acceleration der Schwere, in Millimetern ausgedrückt, so ist

$$A = 425 \cdot 10^7 \text{ absolute Einheiten.}$$

Um aber 1<sup>mgr</sup> Wasserstoff bei constantem Volumen um 1° C. zu erwärmen, sind also

$$2,436 A = 1035 \cdot 10^7 \text{ absolute Einheiten}$$

erforderlich.

Ebenso wie eine bestimmte Wärmemenge erforderlich ist, um die nämliche Anzahl von Atomen von verschiedenen Grundstoffen um einen Grad zu erwärmen, so sind nach dem *elektrolytischen Gesetze* Faraday's gleich grofse Elektricitätsmengen erforderlich, um aequivalente Mengen aus einem Elektrolyt auszuscheiden. Da jedoch nicht immer aequivalente Mengen der nämlichen Anzahl von Atomen entsprechen, ist es hier nothwendig, eine bestimmte Type oder Norm für die Elektrolyse zu wählen.

Als eine solche sehe ich die Elektrolyse der nach der Formel  $RCl$  (Br, S) zusammengesetzten Stoffe an, theils weil hier *gleich viele* Grundstoffatome an beiden Elektroden ausgeschieden werden, theils auch, weil wir hier die *größte* Anzahl von Grundstoffatomen haben, welche bei der nämlichen Elektricitätsmenge von einem Elektrolyten ausgeschieden werden können. Alle Abweichungen von der angenommenen Norm müssen dann als durch secundäre Wirkungen der chemischen Kräfte hervorgegangen angesehen werden. Während wir also z. B. die Elektrolyse starker Salzsäure als normal ansehen, wird die Zerlegung des Wassers als eine Abweichung angesehen, welche vielleicht dadurch erklärt werden könnte, daß man



annahme, daß zwei Atome von Sauerstoff sich zu einem Doppelatom vereinigten.

In einem Voltameter entwickelt in der Zeiteinheit ein elektrischer Strom bei Einheit der Stromstärke  $\frac{1}{980}^{\text{mgr}}$  Wasserstoff<sup>1)</sup>. Der nämliche Strom wird aus starker Salzsäure das nämliche Gewicht von Wasserstoff und ebenso viele Atome Chlor, also an beiden Elektroden ebenso viele Grundstoffatome ausscheiden, als sich in  $\frac{1}{480}^{\text{mgr}}$  Wasserstoff befinden. Um die nämliche Anzahl von Atomen bei constantem Volumen von 1° C. zu erwärmen, sind dem oben Gefundenen zufolge

$$\frac{2,436}{480} A = 0,005075 A = 216 \cdot 10^3$$

absolute Einheiten erforderlich.

Wir können nun *einen Wärmegrad* in absolutem Maasse als *die Temperaturerhöhung* definiren, *welche die Arbeitseinheit*, indem sie vollständig und ausschließlich in Wärme verwandelt wird, *in der nämlichen Anzahl von Grundstoffatomen, welche die Elektrizitätseinheit normal aus einem Elektrolyten ausscheidet, hervorbringt.*

Diese Temperaturerhöhung ist nach dem Obigen

$$\frac{1}{216 \cdot 10^3} \text{ Centesimalgrad,}$$

also ist der angegebenen Definition zufolge

$$1 \text{ Centesimalgrad} = 0,005075 A = 216 \cdot 10^3$$

absolute Einheiten.

Außer der Verbindung zwischen der Wärme und der Elektrizität, welche durch das Dulong-Petit'sche und durch Faraday's elektrolytisches Gesetz ausgedrückt wird, und welche wir nun zur Festsetzung einer Definition des absoluten Wärmegrades benutzt haben, findet noch eine andere Verbindung statt, welche ihren ersten Ausdruck durch das von Wiedemann und Franz ausgesprochene Gesetz, nach welchem die Leitungsfähigkeit der verschiedenen Metalle für Wärme und Elektrizität in dem nämlichen Verhältnisse zu einander stehen sollten, erhalten hat. Es hat

1) Vgl. Wiedemann: „Die Lehre vom Galvanismus,“ 2. Theil, S. 917 u. f.  
Poggendorff's Annal. Bd. CXLVII.

sich jedoch durch spätere Untersuchungen erwiesen, daß dieses Verhältniß sich mit der Temperatur verändert und daß das Gesetz daher in seiner ursprünglichen Form nicht vollständig gültig seyn kann, sondern einer Modification bedarf.

Der Einfluß der Wärme auf die *elektrische* Leitungsfähigkeit ist von mehreren Physikern, wie Lenz, Becquerel, Arendtsen, untersucht worden, namentlich aber ist durch eine Reihe von Bestimmungen von Matthiessen und v. Bose <sup>1)</sup>, welche die Leitungsfähigkeit von zehn verschiedenen *reinen* Metallen, nämlich Silber, Kupfer, Gold, Zink, Kadmium, Zinn, Blei, Arsenik, Antimon und Wismuth untersuchten, das merkwürdige Resultat hervorgegangen, daß die Verminderung der elektrischen Leitungsfähigkeit bei einer Erwärmung von 0° bis 100° C. für alle genannten Metalle die nämliche ist, nämlich durchschnittlich 29,307 Proc. Der *Leitungswiderstand* wächst also bei der nämlichen Temperaturerhöhung um 41,46 Proc., das heißt in einem etwas stärkeren Verhältniß als die Temperaturerhöhung (36,6 Proc.), wenn man die Temperatur von dem absoluten Nullpunkte aus (— 273° C.) rechnet. Später haben Matthiessen und Vogt <sup>2)</sup> gefunden, daß unter den reinen Metallen das Eisen eine Ausnahme bildet, indem die Leitungsfähigkeit hier bis mehr als 38 Proc. abnehmen kann.

Ueber den Einfluß der Temperatur auf die *Wärme*-leitungsfähigkeit sind nur wenige Versuche angestellt worden; es muß aber doch bemerkt werden, daß alle die älteren Versuche über die Wärmeleitung mit der früheren Annahme gut übereinstimmen, daß die Leitungsfähigkeit von der Temperatur unabhängig sey. Ångström <sup>3)</sup> hat für zwei Kupferstangen, welche jedoch wahrscheinlich nicht aus vollkommen reinem Kupfer waren, eine Abnahme der Wärmeleitungsfähigkeit von 15 und 21 Proc. zwischen 0° und 100° C. und für Eisen von 28,7 Proc. gefunden, während

1) Pogg. Ann. Bd. 115, S. 353.

2) Pogg. Ann. Bd. 118, S. 437.

3) *Oefversigt af k. Vetensk. Förhandl.* 1862. Pogg. Ann. Bd. 118. S. 423.

Forbes<sup>1)</sup> für Schmiedeeisen eine Abnahme von zwischen 15,7 und 22,3 Proc. gefunden hat.

Merken wir uns nun, daß die elektrische Leitungsfähigkeit für die verschiedenen reinen Metalle sehr nahe umgekehrt proportional der vom absoluten Nullpunkte an gerechneten Temperatur ist, während ihre Leitungsfähigkeit für Wärme sich mehr der Constanz nähert, und daß die Abweichungen für das Eisen bei beiden Arten der Leitungsfähigkeit in der nämlichen Richtung geht, so scheint in den vorliegenden Thatsachen, so nahe als wir es erwarten können, das Gesetz zu liegen, daß das Verhältniß zwischen der *Leitungsfähigkeit eines reinen Metalles für die Wärme und die Elektrizität proportional ist der Temperatur*, vom absoluten Nullpunkte an gerechnet.

Dieses Verhältniß muß sich indessen offenbar in verschiedenen Fällen mehr oder weniger ändern. Wenn z. B. das Metall nicht gleichartig ist, oder Beimischung von fremden Metallen enthält, überhaupt in Fällen, wo durch eine ungleiche Erwärmung im Innern des Körpers *thermo-elektrische Ströme* entstehen können, da wird wahrscheinlich die Wärmeleitungsfähigkeit erhöht werden oder in jedem Fall das Verhältniß zwischen den beiden Arten der Leitungsfähigkeiten verändert werden. Dasselbe muß ohne Zweifel in hohem Grade der Fall seyn, wenn die Wärme sich als *strahlende Wärme* in dem Innern der Körpers fortpflanzen kann; in dieser Fortpflanzung ist der Grund zu suchen, daß die Wärmeleitungsfähigkeit für alle durchsichtigen und durchscheinenden, überhaupt für alle nicht metallischen Körper augenscheinlich viel größer ist als diejenige, welche ihrer elektrischen Leitungsfähigkeit entsprechen würde. Endlich muß, wenn des Körper flüssig ist, das Verhältniß sich durch die *Beweglichkeit der Theile* ändern. Wird z. B. eine Flüssigkeitssäule von unten erwärmt, so wird diese Beweglichkeit selbstverständlich die beobachtete Wärmeleitungsfähigkeit erhöhen; wird sie von oben erwärmt, werden die Ströme im Innern der

1) *Edinb. Trans.* 1862—64.

Flüssigkeit auch nicht gänzlich vermieden werden können. Jeder Theil der Flüssigkeit in demselben horizontalen Querschnitte wird nämlich nicht genau dieselbe Temperatur haben können; die kälteren Theile werden dann heruntersinken, die wärmeren in die Höhe steigen, der Wärmequelle entgegen, und die Wärmeleitungsfähigkeit muß daher nun durch die Bewegung der Theile *vermindert* werden.

Wir müssen also festhalten, daß das Gesetz, wenn es überhaupt gültig ist, wahrscheinlich nur für die *reinen, gleichartigen und festen Metalle absolut* gültig ist. Eigentlich wird sogar schon eine ungleiche Erwärmung das Metall ungleichartig machen und thermo-elektrische Ströme verursachen können.

Ich werde nun versuchen, aus den vorliegenden Beobachtungen das Verhältniß zwischen der Leitungsfähigkeit der Metalle für die Wärme und die Elektrizität in absoluten Einheiten zu bestimmen. Hieraus wird das merkwürdige Resultat hervorgehen, *daß dieses Verhältniß für ein reines, gleichartiges und festes Metall gerade gleich ist der vom absoluten Nullpunkte an ( $-273^{\circ}$  C.) gerechneten und in den oben bestimmten absoluten Einheiten ausgedrückten Temperatur.*

Um die Wärmeleitungsfähigkeit in absolutem Maaße zu bestimmen, müssen wir wissen, wie groß die Wärmemenge ist, die durch jede Flächeneinheit einer Platte von gegebener Dicke und bei gegebenem Unterschiede in den Wärmegraden auf beiden Seiten der Platte hindurchgeht. Die älteren Versuche hierüber haben aus leicht nachweislichen Gründen zu nicht übereinstimmenden und viel zu niedrigen Resultaten geführt; wir können daher nur die neueren von Ångström, Forbes und Neumann ausgeführten Versuche, welche ziemlich genau unter einander übereinstimmen, benutzen, obgleich diese drei Beobachter ihre Versuche von einander unabhängig und auf sehr verschiedene Weise ausgeführt haben. Wir werden vorläufig die von Ångström gewählten Einheiten: das Centimeter,

die Minute, den Centigrad und als Wärmeeinheit 1 Grm. Wasser 1° C. benutzen.

Ångström<sup>1)</sup> fand die Wärmeleitungsfähigkeit für

Kupfer . . .	58,94	bei 0° C.
„ . . .	51,63	„ „
Eisen . . .	11,927	„ „
Quecksilber . .	1,061	„ „

Die letztere Bestimmung wurde mit einer in eine Glasröhre eingeschlossenen Quecksilbersäule, welche von oben erwärmt wurde, ausgeführt.

Forbes fand in den oben erwähnten Versuchen für

Eisen . . .	12,36	bei 0° C.
„ . . .	12,42	„ „
„ . . .	9,21	„ „

Neumann<sup>2)</sup> bestimmte die Wärmeleitungsfähigkeit von fünf verschiedenen Metallstangen und zugleich relativ, indem er dieselben unter einander verglich, ihre elektrische Leitungsfähigkeit. Während diese für Silber gleich 100 gesetzt ward, wurde sie für Kupfer gleich 73,3 angenommen. Die Resultate waren mit den oben benutzten Einheiten

	das Wärmeleitungs- vermögen.	das elektrische Lei- tungsvermögen.	g
Kupfer	66,48	73,3	0,907
Messing	18,12	17,9	1,012
Zink	18,43	21,1	0,873
Neusilber	6,566	6,45	1,018
Eisen	9,824	10,2	0,963.

Das Verhältniß zwischen der Wärmeleitungsfähigkeit und der elektrischen Leitungsfähigkeit, welches durch *q* bezeichnet worden ist, ist für das Messing und das Neusilber am größten; dieses ist wahrscheinlich nicht zufällig, sondern eher eine Folge davon, daß sie nicht reine Metalle sind. Ebenso erhalten wir, mit dem oben Entwickelten übereinstimmend, ein abweichendes und ohne Zweifel zu

1) Pogg. Ann. Bd. 118, S. 423 und Bd. 123, S. 628.

2) Ann. de chim. et de phys. 1862, T. LXVI, p. 183.

niedriges Resultat für das Quecksilber: für dieses Metall findet man nach den Versuchen Ångström's  $q = 0,617$ , wenn man die elektrische Leitungsfähigkeit des Quecksilbers gleich 1,72 annimmt.

Der Mittelwerth des Quotienten  $q$  für das Kupfer, das Zink und das Eisen ist nach den Versuchen Neumann's 0,914. Ob diese Zahl den anderen Versuchen gemäß größer oder kleiner gemacht werden müsse, ist schwer zu entscheiden; da jedoch die Wärmeleitungsfähigkeit in Neumann's Versuchen nicht auf  $0^{\circ}$  C. reducirt worden ist, muß  $q$  aus diesem Grunde ein wenig kleiner angenommen werden.

So dürfte wohl

$$q = 0,90 \text{ bei } 0^{\circ} \text{ C.}$$

das Resultat seyn, welches sich mit der größten Wahrscheinlichkeit aus den vorliegenden Versuchen ableiten läßt.

Der so bestimmte Werth von  $q$  ist also, in den von Ångström benutzten Einheiten, die Wärmeleitungsfähigkeit eines Metalles, dessen elektrische Leitungsfähigkeit 1 ist, wenn die des Silbers gleich 100 gesetzt wird. Durch jedes Quadratmillimeter einer Fläche mit der Wärmeleitungsfähigkeit  $q$ , deren Dicke  $1^{\text{mm}}$  ist, gehen in jeder Secunde

$$q \cdot \frac{1}{100} \cdot 10 \cdot \frac{1}{60} = \frac{q}{600}$$

relative Wärmeeinheiten (1 Gr. Wasser  $1^{\circ}$  C.) bei einem Temperaturunterschiede von  $1^{\circ}$  C. auf den beiden Seiten der Platte hindurch. Da die hier benutzte Wärmeeinheit gleich 1000  $A$  ist, und da wir  $1^{\circ}$  C. in absoluten Einheiten ausgedrückt gleich 0,005075  $A$  gefunden haben, so wird die dem  $q$  entsprechende absolute Wärmeleitungsfähigkeit, welches wir mit  $x$  bezeichnen wollen, durch

$$x_1 = \frac{q}{600} \cdot \frac{1000 A}{0,005075 A} = 328,4 q$$

bestimmt seyn. Hieraus ersieht man, daß der Reductions-factor, durch welchen die Wärmeleitungsfähigkeit von den

Einheiten Ångström's auf ein absolutes Maafs reducirt wird, von  $A$  unabhängig ist.

Mit dem oben angenommenen Werthe von  $q$  ist nun

$$x_1 = 296.$$

Bezeichnen wir die entsprechende absolute elektrische Leitungsfähigkeit durch  $k_1$ , so würde dieses dem angegebenen Gesetze zufolge durch

$$\frac{x_1}{k_1} = T$$

bestimmt seyn, wenn  $T$  die von dem absoluten Nullpunkte an gerechnete, und in absoluten Einheiten ausgedrückte Temperatur ist. Für den Gefrierpunkt des Wassers ist  $T = 273$  . 1° C., und wenn der Centesimalgrad in absoluten Einheiten ausgedrückt wird,

$$T = 1,385 A = 589 . 10^7,$$

woraus folgt

$$\frac{1}{x} = 0,00468 A = 1,99 . 10^7.$$

Wollen wir nun hieraus den absoluten Leitungswiderstand einer Siemens'schen Einheit (einer Quecksilbersäule 1 Meter lang, 1 Quadratmillimeter im Querschnitte, bei 0° C.) berechnen, müssen wir das Verhältniß zwischen der specifischen Leitungsfähigkeit des Silbers und des Quecksilbers kennen. Dieses Verhältniß ändert sich aber ziemlich bedeutend mit dem physischen Zustande des Silbers; selbst wenn man, was wohl das gewöhnlichste ist, das Silber in dem Zustande eines *hartgezogenen* Silberdrahtes wählt, wird man dennoch keine grofse Genauigkeit in der Bestimmung dieses Verhältnisses erreichen können. In Wiedemann's „Die Lehre vom Galvanismus“ (1. Theil, S. 181) finden wir die Zahlen 1,739 (E. Becquerel), 1,7 (Lamy), 1,63 (Matthiessen) für die Leitungsfähigkeit des Quecksilbers, wenn die des Silbers gleich 100 gesetzt wird. Matthiessen<sup>1)</sup> hat später die Zahl 1,65 angegeben und die Bestimmungen von Siemens<sup>2)</sup> geben 1,72 und 1,78. Diese Zahlen gelten für 0° C.

1) Pogg. Ann. Bd. 114, S. 314, vgl. Bd. 116, S. 377.

2) Pogg. Ann. Bd. 110, S. 18.



Wir werden also die Leitungsfähigkeit des Quecksilbers bei 0° C. annäherungsweise gleich 1,72 annehmen können, wobei der Leitungswiderstand desselben der obigen Berechnung zufolge in absolutem Maasse

$$\frac{1}{1,72 \, k} = 0,00272 \, A = 1,16 \cdot 10^7$$

werden wird. Hieraus folgt, wenn die Widerstandseinheit Siemens' in absolutem Maasse ausgedrückt, durch  $S$  bezeichnet wird,

$$S = 2,72 \, A = 1,16 \cdot 10^{10}.$$

Dieses Resultat wollen wir nun mit den directen absoluten Maassbestimmungen der Widerstandseinheit Siemens', welche theils mit Hülfe inducirter Ströme, theils durch Messung der von einem constanten Strom in einem Leiter entwickelten Wärmemenge ausgeführt worden sind, vergleichen.

Durch die erstere Methode hat Weber <sup>1)</sup>

$$S = 1,0257 \cdot 10^{10}$$

gefunden, während das von der *British Association* gewählte Comité <sup>2)</sup> als Mittel

$$S = 0,964 \cdot 10^{10}$$

fand. Eine kleine von Matthiessen <sup>3)</sup> angegebene Correction, wodurch diese beiden Werthe um 0,3 Proc. niedriger werden würden, ist hier ohne Bedeutung.

Diese Bestimmungen weichen also nicht sehr von dem oben aus der Wärmeleitungsfähigkeit berechneten Werthe von  $S$  ab; sie sind jedoch beide etwas niedriger. Man könnte nun zwar den Grund dieser Abweichung in der weniger scharfen Bestimmung suchen, welche wir bisher von der Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle haben, namentlich im Vergleiche mit ihrer elektrischen Leitungsfähigkeit; ich glaube aber, daß der Grund der Abweichung anderswo liegt.

1) *Abh. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. Göttingen* 1862.

2) *Report of the 33<sup>rd</sup> meeting of the Br. Assoc.* 1863, Jenkin, Pogg. Ann. Bd. 125.

3) *Pogg. Ann.* Bd. 125, S. 497.

Schon der im Vergleiche mit der Genauigkeit, mit der die Versuche angestellt worden sind, *grofse* Unterschied zwischen den von Weber und dem erwähnten Comité gefundenen Resultaten, ein Unterschied, der in der Wirklichkeit 8 Proc. beträgt, deutet auf Fehler, welche nicht unter zufällige Beobachtungsfehler hingeführt werden können, sondern eher einer unvollständigen Theorie angerechnet werden müssen. Es ist hier zu beachten, dafs die Versuche mit *Inductionsströmen von veränderlicher Stromstärke* ausgeführt worden sind; es dürfte jedoch gegenwärtig unzweifelhaft als Resultat verschiedener sowohl theoretischer als experimenteller Untersuchungen hervorgehen, dafs wir bis jetzt die Theorie der veränderlichen inducirten Ströme nur in ihren Grundzügen kennen und dafs ihre Resultate nur als eine erste Annäherung angesehen werden können. Man mufs daher, der grofsen Sorgfalt unerachtet, mit der die angeführten Messungen ausgeführt worden sind, denselben kein zu grofses Gewicht beilegen.

Die Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes mittelst der *Wärmeentwicklung*, die ein *constanter* elektrischer Strom in einem Leiter hervorbringt, ist in theoretischer Hinsicht weit einfacher und sicherer, als die Inductionsmethode, *wie diese bis jetzt angewandt worden ist*. Glücklicherweise haben wir eine grofse mit Sorgfalt ausgeführte und berechnete Versuchsreihe von Quintus Icilus<sup>1)</sup>, wodurch dieser Physiker die Wärmeentwicklung bestimmt hat, welche eine gegebene Stromstärke in der Secunde in verschiedenen Kupfer- und Platindrähten, deren elektrischer Leitungswiderstand durch Vergleichung mit einem von Weber in absoluten Einheiten gemessenen Etalon bestimmt war, hervorbringt. Wird durch  $V$  die Anzahl relativer Wärmeeinheiten (1<sup>ter</sup> Wasser 1° C.), die bei der Stromstärke  $S$  in jeder Secunde in einer Siemens'schen Widerstandseinheit entwickelt wird, bezeichnet, so erhalten wir durch diese Versuche die Bestimmung der Constante  $\alpha$  in der Gleichung

1) Pogg. Ann. Bd. 101, S. 69.

$$V = \alpha s^2 \cdot 1,0257 \cdot 10^{10},$$

wenn wir mit Quintus Icilius die Weber'schen Bestimmungen des elektrischen Leitungswiderstandes benutzen, während wir mit der früheren Bedeutung von  $A$  als das absolute Arbeitsäquivalent für die relative Wärmeeinheit (1<sup>ster</sup> Wasser 1° C.) und von  $s$  als dem absoluten Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit

$$AV = s^2 S$$

haben. Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$S = \alpha A \cdot 1,0257 \cdot 10^{10}.$$

In den genannten Versuchen wurden drei verschiedene Flüssigkeiten in dem Calorimeter, nämlich Wasser, Alkohol und Terpentinöl benutzt. Die erstere Flüssigkeit hatte vor den beiden anderen den Vorzug, daß sie die Wärmemenge unmittelbar in den gewählten Wärmeeinheiten gab; anderseits aber kann man hierbei einen kleinen Fehler nicht vermeiden und zwar wegen der größeren Leitungsfähigkeit des Wassers für die Elektrizität, wodurch die beobachtete Wärmeentwicklung und damit auch die Constante  $\alpha$  ein wenig zu klein werden müssen. Die Versuche mit Alkohol zeigten wegen der Flüchtigkeit desselben eine so geringe Uebereinstimmung unter einander, daß sie außer Betracht gelassen werden müssen.

Als Durchschnitt von 28 Versuchen mit Wasser erhält man

$$\alpha = 2,543 \cdot 10^{-10},$$

und von den 10 Versuchen mit Terpentinöl

$$\alpha = 2,652 \cdot 10^{-10}.$$

Zwischen diesen beiden Werthen von  $\alpha$  ist kein größerer Unterschied als derjenige, den man wegen der größeren Leitungsfähigkeit des Wassers erwarten könnte; man muß daher die letztere Zahl als diejenige annehmen, die man mit größter Wahrscheinlichkeit aus den Versuchen von Quintus Icilius herleiten kann. Mit diesem Werthe von  $\alpha$  erhalten wir

$$S = 2,720 A = 1,16 \cdot 10^{10},$$

also genau den nämlichen Werth für die Siemens'sche

Widerstandseinheit in absolutem Maasse, den wir oben aus dem Wärmeleitungsvermögen der Metalle hergeleitet haben. Dafs es übrigens *genau* der nämliche Werth ist, mufs selbstverständlich als ein Zufall angesehen werden.

Auch auf anderem Wege erhalten wir eine Bestätigung der Richtigkeit des hier aufgestellten Gesetzes, indem wir finden werden, dafs in diesem Gesetze die genaueste Uebereinstimmung zwischen den Gesetzen für die Fortpflanzung der Energie in den Metallen hervortritt, gleich viel, ob diese Fortpflanzung durch die Bewegung der Wärme oder der Elektrizität geschieht.

Unter *Energie* verstehen wir jede Gröfse, die sich durch *Arbeitseinheiten* messen läfst. Wir betrachten hier nur die Fortpflanzung der Wärme und der Elektrizität, insofern sie in beiden Fällen durch *Leitung* geschieht, so dafs wir also von der Fortpflanzung der Wärme in dem Innern des Körpers durch Strahlung und durch thermoelektrische Ströme absehen, so wie wir auch, was die Elektrizität betrifft, von der Fortpflanzung durch Induction und durch thermo-elektrische Ströme absehen.

Wenn wir durch  $Q$  die in der Einheit des Volumens vorhandene Energie in einem Körper bezeichnen, so ist der Zuwachs  $\frac{dQ}{dt} dt$ , den  $Q$  durch *Wärmeleitung* in der Form von Wärme in dem Zeitelemente  $dt$  empfängt, bekanntlich durch

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx} x \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dy} x \frac{dT}{dy} + \frac{d}{dz} x \frac{dT}{dz} \quad . \quad (1)$$

bestimmt, wo  $T$  die Temperatur ist und  $x$  die Wärmeleitungsfähigkeit, welche im Allgemeinen als eine Funktion der Temperatur angesehen werden mufs.

Setzen wir hierin, dem oben aufgestellten Gesetze zufolge,

$$x = k T,$$

indem  $k$  die elektrische Leitungsfähigkeit ist, so erhalten wir

$$2 \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx} k \frac{dT^2}{dy} + \frac{d}{dy} k \frac{dT^2}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{dT^2}{dz}, \quad . \quad (2)$$

in welcher Gleichung alle Gröſsen in absoluten Einheiten ausgedrückt gedacht werden können.

Da der Zuwachs an Energie hier nur in der Form von Wärme auftritt, so steht er in einem bekannten von dem specifischen Gewicht und der specifischen Wärme des Körpers abhängigen Verhältnisse zu dem Temperaturzuwachs, und die Gleichung giebt daher vollständig das Gesetz für die Fortpflanzung der Wärme durch Leitung an.

Sind in einem Punkte  $x, y, z$  eines Körpers die Componenten der Stromdichte  $u, v, w$  und ist  $k$  die elektrische Leitungsfähigkeit, so wird die von dem Volumenelemente  $dx dy dz$  in dem Zeitelemente  $dt$  empfangene Wärmemenge nach dem Joule'schen Gesetze

$$\frac{u^2 + v^2 + w^2}{k} dx dy dz dt$$

seyn. Wenn dieses Volumenelement zugleich die Elektrizitätsmenge  $\epsilon dx dy dz$  enthält und wenn die elektrische Spannung (das Potential) daselbst  $P$  ist, so empfängt gleichzeitig das Element die Energie

$$P \frac{d\epsilon}{dt} dx dy dz dt$$

in Form von Elektrizität. Wenn also  $Q$  wie früher die in der Volumeneinheit vorhandene Energie bezeichnet, so ist der Zuwachs, der von der Bewegung der Elektrizität herrührt und der sowohl in der Form von Wärme als von Elektrizität auftritt, durch

$$\frac{dQ}{dt} = P \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{k} \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

bestimmt. Ebenso ist, indem wir von der durch Induction entstandenen Elektrizität absehen, nach *Ohm's* Gesetz

$$u = -k \frac{dP}{dx}, \quad v = -k \frac{dP}{dy}, \quad w = -k \frac{dP}{dz}, \quad (4)$$

wozu die Kirchhoff'sche Gleichung

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

kommt.

Also ist

$$\frac{dQ}{dt} = -P \left( \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} \right) - \left( u \frac{dP}{dx} + v \frac{dP}{dy} + w \frac{dP}{dz} \right),$$

woraus folgt

$$\frac{dQ}{dt} = - \left( \frac{du}{dx} P + \frac{dv}{dy} P + \frac{dw}{dz} P \right) \quad . \quad (6)$$

Wenn durch die Fortpflanzung der Energie elektromotorische Kräfte im Innern des Körpers entstehen (Thermo-Elektricität), so ist für alle Elemente, in denen diese entstehen, weder das Joule'sche noch das Ohm'sche Gesetz gültig. Dennoch scheint auch in diesem Falle die letzte Gleichung ihre Gültigkeit zu bewahren, da sie mit der Erfahrung übereinstimmt, daß ein constanter Strom, der durch einen Querschnitt einer Leitung von einer kleineren zu einer größeren Spannung übergeht, hier eine Absorption von Wärme hervorbringt, welche mit der Stromstärke und dem Zuwachse an Spannung proportional ist.

Wir sehen hier jedoch von den möglichen thermoelektrischen Strömen im Innern des Körpers ab und erhalten dann aus der letzteren Gleichung mittelst der Gleichungen (4)

$$2 \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx} k \frac{dP^2}{dx} + \frac{d}{dy} k \frac{dP^2}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{dP^2}{dz} \quad (7),$$

Indem wir diese Gleichung mit der Gleichung (2) vergleichen, sehen wir, daß die Gesetze für die Fortpflanzung der Elektricität durch Elektricitätsleitung und Wärmeleitung ganz die nämliche Form haben; die positive oder negative elektrische Spannung und die Temperatur, von dem absoluten Nullpunkte gerechnet, werden einander entsprechen und sind, wenn man das hier vorgeschlagene absolute Maas für den Centesimalgrad wählt, mit den nämlichen Einheiten zu messen. Ein Körper wird diesen Gleichungen zufolge in jedem Elemente seines Volumens den nämlichen Zuwachs an Energie erhalten, er mag unelektrisch seyn und eine an verschiedenen Stellen verschiedene absolute Temperatur  $T$  haben, oder er sey gleichartig erwärmt und habe eine elektrische Spannung  $\pm P$ , deren numerischer

Werth in jedem Punkte gleich  $T$  ist. Hier ist jedoch zugleich vorausgesetzt, daß  $k$  in beiden Fällen unverändert den nämlichen Werth habe, was nur annäherungsweise richtig ist. Im nächsten Augenblicke aber wird das Verhältniß dagegen wesentlich verändert, indem der Zuwachs an Energie in dem elektrischen Körper in der Form von Wärme auftritt, nicht aber als elektrische Spannung.

Daher wird auch das Gesetz für die Fortpflanzung der Elektrizität nicht durch die Gleichung (7) bestimmt, die allein dazu dienen kann, den Zuwachs an Energie zu bestimmen, wohingegen, wie wir gesehen haben, die Gesetze für die Fortpflanzung der Wärme allein durch die Gleichung (2) bestimmt werden. Wenn die Elektrizität sich fortwährend auf unveränderliche Weise durch einen Körper bewegt und nur diesen Fall können wir hier behandeln, da wir die inducirten Ströme nicht mit in Berechnung ziehen, so ist die Menge der Elektrizität zu jeder Zeit die nämliche und die Gleichung (5) wird dann

$$0 = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}$$

werden; diese Gleichung in Verbindung mit den Gleichungen (4) giebt

$$\frac{d}{dx} k \frac{dP}{dx} + \frac{d}{dy} k \frac{dP}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{dP}{dz} = 0 \quad . \quad . \quad (8)$$

Die elektrische Spannung wird also von dieser Gleichung in Verbindung mit den gegebenen Gränzbedingungen zu bestimmen seyn.

Die Bewegung der Elektrizität ist hier als permanent angenommen worden; damit dieses vollständig der Fall werden könne, muß die entwickelte Wärme — in dieser Form erscheint hier ausschließlic der Zuwachs an Energie — hinweggeleitet werden. Wir wollen uns nun, um die Analogie zwischen der elektrischen Spannung und der Temperatur weiter fortzuführen, die entsprechenden Voraussetzungen auf die Bewegung der Wärme in einem Körper übergeführt *denken*; daß diese Voraussetzungen in der



Wirklichkeit nicht erfüllt werden können, kommt hier nicht in Betracht.

Wir denken uns also einen Körper, in dem die Bewegung der Wärme permanent erhalten wird und in dem die ganze Energie, welche die Wärme durch den Uebergang von einer höheren zu einer niedrigen Temperatur im Stande ist in der Form von Arbeit hervorzubringen, auf jedem Punkte des Körpers hinweggeleitet wird.

Wenn man fortwährend einem Körper in jeder Sekunde die Wärmemenge  $W$  bei der absoluten Temperatur  $T$  hinzuführt und gleichzeitig fortwährend die Wärmemenge  $W_1$  bei einer niedrigen Temperatur  $T_1$  hinwegleitet, so wird der Wärmezustand sich unverändert erhalten, wenn die ganze Differenz  $W - W_1$  in Arbeit verwandelt wird, und man wird der mechanischen Wärmetheorie zufolge die ganze Arbeit, welche die Wärmemenge  $W$  im Stande ist bei dem Uebergange von der Temperatur  $T$  bis  $T_1$  hervorzubringen, erhalten, wenn man

$$\frac{W}{T} = \frac{W_1}{T_1} \dots \dots \dots (9)$$

hat.

Setzen wir für die drei zusammenstoßenden Flächen eines unendlich kleinen rechtwinkligen Parallelepipeds

$$\frac{W}{T} = \xi dy dz + \eta dx dz + \zeta dx dy,$$

so wird man für die anderen drei Flächen

$$\begin{aligned} \frac{W_1}{T_1} = & \left( \xi + \frac{d\xi}{dx} dx \right) dy dz + \left( \eta + \frac{d\eta}{dy} dy \right) dx dz \\ & + \left( \zeta + \frac{d\zeta}{dz} dz \right) dx dy \end{aligned}$$

haben, und die Gleichung (9) wird dann

$$\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz} = 0 \dots \dots (10)$$

geben.

Hier ist  $T\xi dy dz$  die durch die Fläche  $dy dz$  in der Zeiteinheit hinzugeleitete Wärmemenge; diese ist aber auch, wenn  $\kappa$  die Wärmeleitungsfähigkeit ist, durch  $-\kappa \frac{dT}{dx} dy dz$  bestimmt; also ist

$$\xi = -\frac{x}{T} \cdot \frac{dT}{dx} = -k \frac{dT}{dx}$$

und auf dieselbe Art

$$\eta = -k \frac{dT}{dy}, \quad \zeta = -k \frac{dT}{dz}.$$

Diese Gleichungen geben in Verbindung mit der Gleichung (10).

$$\frac{dk}{dx} \frac{dT}{dx} + \frac{dk}{dy} \frac{dT}{dy} + \frac{dk}{dz} \frac{dT}{dz} = 0 \quad . \quad . \quad (11)$$

Wir sehen also, daß bei der hier gedachten Bewegung der Wärme, wo die Voraussetzungen mit den in der Wirklichkeit stattfindenden Bedingungen für die permanente Bewegung der Elektrizität ganz analog gestellt sind, die Temperatur von derselben Differentialgleichung zu bestimmen seyn würde wie die elektrische Spannung (siehe Gleichung (8)).

Durch die permanente Bewegung der Elektrizität durch einen Körper entsteht Wärme, welche zuletzt auch, wenn sie fortwährend auf dieselbe Art abgeleitet wird, eine permanente Bewegung erhält. Der Zuwachs an Energie, welcher sowohl der Bewegung der Elektrizität als der der Wärme seine Entstehung verdankt, wird nun in jedem Elemente des Körpers Null werden, und aus den Gleichungen (2) und (7) wird man

$$\frac{d}{dx} k \frac{d(P^2 + T^2)}{dx} + \frac{d}{dy} k \frac{d(P^2 + T^2)}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{d(P^2 + T^2)}{dz} = 0 \quad (12)$$

erhalten. Durch diese Gleichung in Verbindung mit der Gleichung (8) ist also die elektrische Spannung  $P$  und die absolute Temperatur  $T$  zu bestimmen, wenn sowohl die Bewegung der Elektrizität als die der Wärme permanent geworden ist.

Wenn wir zum Beispiel die Elektrizität durch einen Körper leiten, indem wir in einem kleinen Theil  $\sigma_0$  seiner Oberfläche eine constante elektrische Spannung  $P_0$ , und in einem anderen Theil  $\sigma_1$  seiner Oberfläche die Spannung  $P_1$

erhalten, und wenn wir zugleich diese beiden Flächen in derselben constanten Temperatur  $T_0$  halten, während der übrige Theil der Oberfläche von vollkommen schlechten Wärme- und Elektricitätleitern umgeben ist, so wird zuletzt eine permanente Bewegung der Elektricität und der Wärme entstehen, wobei die Elektricität dieselbe Wärme entwickeln wird, welche durch die Flächen  $\sigma_0$  und  $\sigma_1$  abgeleitet wird.

Setzen wir

$$P^2 + T^2 + AP + B = \varphi, \quad . \quad . \quad (13)$$

worin  $A$  und  $B$  zwei willkürliche Constanten sind, so wird man durch die gegebenen Gleichungen (12) und (8)

$$\frac{d}{dx} k \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d}{dy} k \frac{d\varphi}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{d\varphi}{dz} = 0 \quad . \quad (14)$$

erhalten.

Die beiden Constanten  $A$  und  $B$  werden demnächst so bestimmt, daß man für beide Flächen  $\sigma_0$  und  $\sigma_1$   $\varphi = 0$  erhält, indem man

$$P_0^2 + T_0^2 + AP_0 + B = 0$$

$$P_1^2 + T_1^2 + AP_1 + B = 0$$

setzt. Mit den hieraus folgenden Werthen für  $A$  und  $B$ , nämlich

$$A = -(P_0 + P_1) \text{ und } B = P_0 P_1 - T_0^2, \quad (15)$$

wird man für alle Punkte des Körpers

$$\varphi = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

haben, indem hiedurch sowohl die Differentialgleichung (14) als die Gränzbedingungen in den Flächen  $\sigma_0$  und  $\sigma_1$  befriedigt sind, während die Gränzbedingungen für den übrigen Theil der Oberfläche des Körpers, wo  $k$  Null ist, durch jeden beliebigen, also auch durch den hier angegebenen Werth von  $\varphi$  befriedigt werden. Aus den Gleichungen (13), (15) und (16) folgt

$$T^2 - T_0^2 = (P_0 - P)(P - P_1) \quad . \quad (17)$$

Wenn man also in längerer Zeit einen constanten elektrischen Strom durch einen auf beliebige Art geformten Leiter, der von schlechten Wärmeleitern umgeben ist, hin-

durchleitet und wenn man die Temperatur in den beiden Zuleitungsflächen gleich und constant erhält, so wird die Temperatur in jedem Punkte der Leitung aus den beiden elektrischen Spannungsunterschieden für den betrachteten Punct und den beiden Zuleitungsflächen nach (17) berechnet werden können. Umgekehrt wird das gefundene Resultat zu einer *experimentellen Bestimmung des Centesimalgrades in absoluten Einheiten dienen können*.

Die Temperaturerhöhung, welche von dem elektrischen Strome herrührt, ist  $T - T_0$ . Nun ist

$$T^2 - T_0^2 > (T - T_0)^2$$

und also der letzten Gleichung zufolge

$$(T - T_0)^2 < (P^0 - P)(P - P_1).$$

Da die rechte Seite ihren größten Werth für  $2P = P_0 + P_1$  hat, so ist, wenn  $P_0$  größer als  $P_1$  angenommen wird, auch

$$T - T_0 < \frac{P_0 - P_1}{2} \dots \dots (18)$$

Hieraus sehen wir, daß die größte Temperaturerhöhung, welche in irgend einem Punkte der Leitung entstehen kann, immer numerisch kleiner ist als die halbe Differenz der elektrischen Spannungen in den beiden Zuleitungsflächen. Sie würde eben dieser halben Differenz *gleich* werden, wenn man die Zuleitungsflächen bis zum absoluten Nullpunkte abkühlen könnte, nämlich für  $T_0 = 0$ . So stehen also der elektrische Spannungsunterschied und die größte Temperaturerhöhung, welche man durch jene erhalten kann, in der genauesten Verbindung mit einander.

Es ist daher auch nicht ohne Interesse, den elektrischen Spannungsunterschied, zum Beispiel in den Polen eines galvanischen Elementes, die „elektromotorische Kraft“ des Elementes, in Centesimalgraden zu berechnen. So ist die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elementes ungefähr  $12,10^{10}$  absolute Einheiten, der halbe Spannungsunterschied der Pole oder, wie es ausgedrückt werden könnte, die positive Spannung des Elementes (die negative als ebenso groß angenommen), ist folglich  $6,10^{10}$  absolute Einheiten oder (da  $1^\circ \text{C.}$  gleich  $216,10^5$ )  $2780^\circ \text{C.}$  Dieses

würde also die größte Temperaturerhöhung seyn, welche das Element bei constantem Strome in einer Leitung hervorbringen könnte, wenn man das Element selbst in einer constanten Temperatur erhielte. In der Wirklichkeit würde diese Temperaturerhöhung jedoch nur dann stattfinden können, wenn man das Element oder dessen Pole bis zum absoluten Nullpunkte abkühlen könnte; nehmen wir dagegen für diese eine Temperatur von  $20^{\circ}$  C. über dem Gefrierpunkte des Wassers an, so wird man aus der Gleichung (17)  $2502^{\circ}$  C. als die größte Temperaturerhöhung finden.

In einem von Bunsen<sup>1)</sup> untersuchten thermo-elektrischen Kupferkies-Kupfer Elemente war die elektromotorische Kraft ungefähr gleich  $\frac{1}{16}$  Daniell'schen Element, die „positive Spannung“ also ungefähr gleich  $278^{\circ}$  C., wenn die eine Löthstelle bis zum Schmelzpunkte des Zinnes und die andere bis ungefähr  $60^{\circ}$  C. über dem Gefrierpunkte des Wassers erwärmt worden war. In der Wirklichkeit würde die größte Temperaturerhöhung, wenn dieselbe ebenso wie oben berechnet wird, ungefähr  $111^{\circ}$  C. seyn.

Hieraus läßt sich jedoch nicht schließen, daß zum Beispiel das letzterwähnte Element nicht einen Funken und also eine weit größere Erwärmung durch die Unterbrechung der Leitung hervorbringen könnte; ich bin im Gegentheil überzeugt, daß dieses möglich ist. Um zu zeigen, wie außerordentlich leicht die elektrischen Funken durch eine Stromunterbrechung entstehen, will ich folgenden Versuch anführen. Ein elektrischer Strom, dessen Stromstärke in absolutem Maasse 20 war, wurde durch einen 1<sup>mm</sup> dicken Kupferdraht geleitet. Dieser war mit einer scharfen Stahlschneide verbunden, mit der eine andere Stelle des Drahtes mit schnellen Strichen geschrapt wurde. Es zeigte sich dann bei vollständiger Finsterniß noch eine Helle zwischen der Stahlschneide und dem Kupferdrahte, wenn der Abstand zwischen den beiden Punkten des Kupferdrahtes,

1) Pogg. Ann. Bd. 123 S. 505.

welcher durch die Stahlschneide mit einander in leitende Verbindung gesetzt wurden, nur 400<sup>mm</sup> war. Diese Leichtigkeit, mit der ein Funke durch die Unterbrechung des Stromes entsteht, zeigt indessen nur, daß die *Induction* hier eine wesentliche Rolle spielt.

## VII. Ueber die Temperatur-Constante; von Simon Šubic in Graz.

1. In meiner Abhandlung „über die Constanten der Gase“<sup>1)</sup> habe ich den Beweis zu führen gesucht, daß alle Gase bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke in der Volumeinheit die gleiche Anzahl Molecüle enthalten. Reicht auch der angeführte Joule'sche Versuch zur Herstellung des Beweises nicht aus, so erscheint doch dieser Satz durch die daraus gezogenen mit der Erfahrung übereinstimmenden Folgerungen bewiesen.

Als nächste Consequenz dieses Satzes ergab sich der weitere Satz, daß bei gleicher Temperatur die einzelnen Molecüle aller Gase in Bezug auf ihre fortschreitende Bewegung die gleiche lebendige Kraft haben.

Bezeichnet man mit  $\frac{mu^2}{2}$  die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls, mit  $T$  die absolute Temperatur des Gases und mit  $h$  die der Einheit der Temperatur entsprechende lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls oder die mit dem Namen *Temperatur-Constante* bezeichnete Gröfse, so hat man

$$hT = \frac{mu^2}{2} \dots \dots \dots (1)$$

In derselben Abhandlung habe ich ferner dargethan, daß wie schon Clausius in der mechanischen Wärmetheorie nachgewiesen hat, die Differenz der beiden specifischen

1) Šubic, Pogg. Annal. Bd. CXLV, S. 302.

Wärmen der Gewichtseinheit bei constantem Druck und bei constantem Volumen eine Constante des Gases sey, nämlich

$$C - c = \frac{R}{A},$$

worin  $C$  die specifischen Wärme der Gewichtseinheit des Gases bei constantem Druck,  $c$  die specifische Wärme bei constantem Volumen,  $R$  die Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes in Bezug auf die Gewichtseinheit des Gases, und  $A$  das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit bedeutet.

Bezeichnet man mit  $m$  die Masse, mit  $mg$  aber das Gewicht des Molecüls und mit  $n$  die Anzahl der Molecüle in der Gewichtseinheit, und berücksichtigt den an dem citirten Orte gefundenen Ausdruck

$$h = \frac{3}{2} \frac{R}{Nv},$$

worin  $N$  die Anzahl der Molecüle in der Volumeinheit,  $v$  aber das Volumen des Gases bezeichnet, so hat man  $Nv = n$  und  $nmg = 1$ , daher

$$h = \frac{3}{2} Rmg.$$

Multiplirt man die Gleichung für die Differenz der specifischen Wärme mit dem Molecülgewicht, so erhält man

$$(C - c)mg = \frac{Rmg}{A},$$

und mit Rücksicht auf die vorletzte Gleichung auch den Ausdruck

$$(C - c)mg = \frac{3}{2} \frac{h}{A} \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

*Das Product der Differenz der beiden specifischen Wärmen der Gewichtseinheit in das Molecülgewicht ist daher für alle Gase eine und dieselbe Gröfse.*

Mittelst der Gleichung (2) läßt sich nun die Temperatur-Constante aus Versuchsergebnissen bestimmen. Die Gröfse  $\frac{3}{2} \frac{h}{A}$  läßt sich darnach aus dem Molecülgewichte und aus den bekannten specifischen Wärmen der Gewichtseinheit bei constantem Druck und constantem Volumen berechnen.



Nach den Versuchen von Regnault beträgt

	$C$	$c$	$C - c$
für Wasserstoff	3,40900,	2,41226,	0,99674
„ Sauerstoff	0,21751,	0,15507,	0,06244
„ Stickstoff	0,24380,	0,17273,	0,07107.

Setzt man noch für die Molecülgewichte die unter dem Zeichen  $mg$  folgenden Zahlen, so ergeben sich für die gesuchte GröÙe  $\frac{2}{3} \frac{h}{A}$  die darunter gesetzten Zahlen wie folgt:

	$mg$	$\frac{2}{3} \frac{h}{A}$
für Wasserstoff	1,	0,99674
„ Sauerstoff	16,	0,99904
„ Stickstoff	14,	0,99498.

Diese Werthe lassen keinen Zweifel übrig, daß die GröÙe  $\frac{2}{3} \frac{h}{A}$  in der That eine Constante ist, welche für alle Gase einen und denselben Werth hat. Dieser Werth nähert sich nun so sehr der Einheit, daß wir mit Rücksicht auf die Beobachtungsfehler setzen dürfen

$$\frac{2}{3} \frac{h}{A} = 1,$$

folglich

$$h = \frac{3}{2} A \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

*Die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls, welche der Temperatureinheit entspricht, ist also gleich dem Producte aus  $\frac{3}{2}$  in das mechanische Aequivalent der Wärmeinheit.*

Diese lebendige Kraft  $h$  bezieht sich auf dieselbe Gewichtseinheit wie das Molecülgewicht  $mg$ , daher bezieht sich auch das mechanische Aequivalent  $A$  der Wärmeinheit hier auf jene Gewichtseinheit, in welcher die Molecülgewichte ausgedrückt werden.

Da wir derzeit die wirklichen Molecülgewichte noch nicht kennen, so wollen wir,  $A = 424$  Kilogramm-Meter setzend, dieselben in Kilogrammen ausdrücken, wobei wir das Molecülgewicht des Wasserstoffes ( $H_2$ ) = 1 Kilogramm annehmen.

Da wir mit  $n$  die Anzahl der Molecüle bezeichnen, welche in der Gewichtseinheit in der That enthalten sind, so folgt aus obiger Gleichung  $h = \frac{3}{2} R m g$  für die der Temperatureinheit entsprechende Vermehrung an lebendiger Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle in der Gewichtseinheit der Werth

$$nh = \frac{3}{2} R.$$

Wenn nun  $n$  die Anzahl der Molecüle in der Gewichtseinheit des Wasserstoffgases bedeutet, so ist  $nh = h_1$  der der Temperatureinheit entsprechende Zuwachs der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung der in 1 Kilogramm Wasserstoff enthaltenen Molecüle.

Nun sind aber bei gleicher Temperatur und bei gleichem Drucke in der Volumeinheit bei allen Gasen gleich viel Molecüle enthalten, und die der Einheit der Temperatur entsprechende lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls ist für alle Gase gleich. Nimmt man also das Volumen von 1 Kilogramm Wasserstoff als *Volumeinheit* an und bezeichnet mit  $N$  die Anzahl der in der Volumeinheit bei gleicher Temperatur und bei gleichem Drucke enthaltenen Molecüle eines beliebigen anderen Gases, so ist  $N = n$ , also  $nh = Nh = h_1$ .

Die in einem Gasvolumen, welches gleich ist dem Volumen von 1 Kilogramm Wasserstoff, bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke enthaltenen Molecüle irgend eines permanenten Gases erfahren daher bei der Temperaturänderung um  $1^\circ \text{C.}$  dieselbe Aenderung der lebendigen Kraft ihrer fortschreitenden Bewegung, wie die Molecüle von 1 Kilogramm Wasserstoff. Diese Aenderung der lebendigen Kraft beträgt also allgemein

$$h_1 = \frac{3}{2} A = 636 \text{ Kilogramm-Meter.}$$

*Die Molecüle eines permanenten Gases, dessen Volumen gleich ist dem Volumen von einem Kilogramm Wasserstoff, gemessen bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke, brauchen daher zur Temperaturerhöhung um  $1^\circ \text{C.}$  an lebendiger Kraft der fortschreitenden Bewegung einen Zuwachs von 636 Kilogramm-Metern.*

Durch die Annahme der vorstehenden Gewichts- und Volums-Einheiten erscheinen die nachstehenden Folgerungen von der gegenwärtig noch unbekannten Anzahl der in der Gewichts- oder Volums-Einheit wirklich enthaltenen Molecüle unabhängig. Dieses ist selbstverständlich nur dann der Fall, wenn es sich um die lebendigen Molecularkräfte ganzer Gasmassen, nicht aber um die der einzelnen Molecüle handelt. Wird man aber einmal in die Lage kommen, die in der Volumeinheit eines Gases bei irgend einer Temperatur und dem entsprechenden Drucke wirklich enthaltene Anzahl  $N$  der Molecüle zu bestimmen, so wird sich durch bloße Division unserer hier eingeführten Größen  $h_1$  die dem einzelnen Molecül entsprechende Temperatur-Constante  $h$  ergeben.

2. Es handelt sich nun zunächst darum, nachzuweisen, ob die Erfahrung die vorstehende Consequenz der Temperatur-Constante bestätigt oder nicht.

Bezeichnet man mit  $v$  das Volumen der Gewichtseinheit, mit  $p$  den Druck des Gases auf den Quadratmeter, mit  $T$  die absolute Temperatur und mit  $R$  die auf die Gewichtseinheit bezogene Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes, so hat man

$$pv = RT$$

oder

$$p = RsT,$$

wenn  $s$  das specifische Gewicht des Gases bedeutet.

Für irgend ein anderes permanentes Gas von gleicher Temperatur und gleichem Drucke hat man

$$p = R_1 s_1 T$$

daher ist, wenn man gleiche Temperatur und gleichen Druck voraussetzt,

$$Rs = R_1 s_1 = \text{Const.}$$

Sind in der Gewichtseinheit  $n$  Molecüle enthalten, und bezeichnet man mit  $V = \frac{v}{n}$  das Gas-Volumen des Molecüls, so hat man zufolge des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes

$$pV = \frac{R}{n} \cdot T.$$

Nun ist aber

$$\frac{R}{n} = \frac{2}{3}h = A,$$

also auch

$$pV = AT \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

und

$$p = \frac{A}{V} \cdot T.$$

Daraus ergibt sich mit Rücksicht auf obige Gleichung mit der Constante  $Rs$  die Gleichung

$$A = RsV.$$

Wird das Molecülvolumen  $V$ , bezogen auf Wasserstoff, so bedeutet es bei den angenommenen Maafseinheiten das Volumen von 1 Kilogramm Wasserstoff. Bezeichnet man mit  $S$  das specifische Gewicht des Wasserstoffes, so ist  $VS = 1$ , folglich

$$A = R \cdot \frac{s}{S} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Da nun  $R$  hier die auf die Gewichtseinheit bezogene Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes oder die äußere Arbeit bedeutet, welche die Gewichtseinheit des Gases verrichtet, wenn sich das Gas während einer Temperaturerhöhung um  $1^\circ \text{C.}$  bei constantem äußeren Druck ausdehnt, und da  $s$  das Gewicht der Volumeinheit ist, so bezeichnet  $Rs$  die äußere Arbeit der Volumeinheit des Gases während der Temperaturerhöhung um  $1^\circ \text{C.}$  Demnach ist der Quotient der äußeren Arbeit, welche die Volumeinheit des Gases unter Ueberwindung eines constanten äußeren Druckes bei der Temperaturerhöhung um  $1^\circ \text{C.}$  verrichtet, und des specifischen Gewichtes des Wasserstoffes gleich dem mechanischen Aequivalente der Wärmeeinheit.

Gleichzeitig ergibt sich aber auch aus der Gleichung (4) für die äußere Arbeit, welche unser Molecül bei der Temperaturerhöhung um  $1^\circ \text{C.}$  und bei constantem Drucke verrichtet, der Ausdruck

$$\frac{pV}{T} = A \quad . . . . . (6)$$

Die äussere Arbeit, welche die Molecüle eines permanenten Gases, dessen Volumen gleich ist dem Volumen von 1 Kilogramm Wasserstoff, während der Temperaturerhöhung um 1° C. unter constantem Drucke verrichten, ist also für alle Gase gleich dem mechanischen Aequivalente der Wärmeinheit; daher gleich 424 Kilogramm-Meter.

Die Richtigkeit dieser Consequenz der Temperatur-Constante läßt sich nach dem in der Gleichung (5) aufgestellten Ausdrucke prüfen. Man hat nur die auf eine Gewichtseinheit des Gases bezügliche Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes mit dem specifischen Gewichte des betreffenden Gases zu multipliciren und das Product durch das specifische Gewicht des Wasserstoffes zu dividiren und zu vergleichen, ob die Resultate mit der Gröfse von 424 Kilogramm-Meter übereinstimmen oder nicht.

Nach den Versuchsergebnissen von Regnault hat aber die Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes bezogen auf das Kilogramm als Gewichtseinheit für die in der nachfolgenden Tabelle verzeichneten Gase die unter dem Zeichen  $R$  stehenden Werthe, und aus diesen berechnen sich, wie angegeben, die unter die Gröfsen  $R \cdot \frac{s}{S}$  gesetzten Werthe, wie folgt:

	$R$	$R \cdot \frac{s}{S}$
für atmosphärische Luft	29,272, daher	423,00
„ Stickstoff	30,134, „	421,876
„ Sauerstoff	26,475, „	423,500
„ Wasserstoff	422,612, „	422,612.

Die Uebereinstimmung der für die Gröfse  $R \cdot \frac{s}{S}$  berechneten Werthe ist grofs genug, um die Bestätigung zu liefern, dafs erstens die auf die Volumeinheit bezogene Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes für alle permanenten Gase den gleichen Werth hat

und daß zweitens die äußere Arbeit eines Gases, dessen Volumen gleich ist dem Volumen von 1 Kilogramm Wasserstoff bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke, bei einer Temperaturerhöhung um  $1^{\circ}\text{C}$ . für alle Gase gleich ist dem mechanischen Aequivalente der Wärmeeinheit.

Da aber bei gleicher Temperatur und gleichem Drucke alle Gase in der Volumeinheit die gleiche Anzahl Molecüle enthalten, und da nach Vorstehendem die äußere Arbeit der Volumeinheit des Gases bei gleicher Temperaturerhöhung unter constantem Druck für alle Gase gleich ist, so ist offenbar die äußere Arbeit proportional der Anzahl der Molecüle des Gases. Dieser Schluß ergibt sich auch aus obigen Gleichungen ohne Rücksicht auf diese Erfahrungsdaten.

Ändert sich in Folge der Temperaturerhöhung um  $dT$  das Volumen des Gases um  $dv$ , und bezeichnet man mit  $dL$  das Element der dabei verrichteten äußeren Arbeit, so erhält mit Rücksicht auf die Gleichung für das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz den Ausdruck

$$dL = p dv = R dT.$$

Nun ist aber nach obigem  $R = \frac{2}{3}nh$ , folglich erhält man durch Integration zwischen den Temperaturgränzen  $T_1$  und  $T_2$  nach geschehener Substitution dieses Werthes für die bei einer Temperaturerhöhung um  $T_2 - T_1$  von dem Gase verrichtete äußere Arbeit den Ausdruck

$$L = \frac{2}{3}nh(T_2 - T_1).$$

Die äußere Arbeit, die ein Gas verrichtet, wenn es sich bei einer Temperaturerhöhung unter constantem Drucke ausdehnt, ist also der Anzahl seiner Molecüle proportional.

Weil  $dT$  jede positive und negative Temperaturänderung, und  $dv$  ebenso jede positive und negative Volumänderung der Gasmasse bedeuten kann, so ist die gewonnene und verlorene äußere Arbeit bei gleicher Temperaturänderung nur von der Anzahl der Molecüle der gegebenen Gasmasse abhängig, aber unabhängig von dem Volumen,

von der Temperatur und von der Natur des permanenten Gases.

*Bei gleicher Temperaturänderung verhalten sich also die gewonnenen oder verlorenen äußeren Arbeiten zweier Gasmassen desselben oder verschiedener permanenter Gase wie die Anzahlen der Molecüle der gegebenen Gasmassen.*

3. Die im Vorhergehenden nachgewiesenen Beziehungen der Temperatur-Constante gestatten weitere, wichtige Anwendungen, von denen ich einige im Nachfolgenden hervorheben will.

- a. Berechnung der Dichte der Gase in Bezug auf den Wasserstoff und in Bezug auf die atmosphärische Luft.

Aus der Gleichung

$$h = \frac{2}{3} R m g$$

ergibt sich durch die Substitution des Werthes  $h = \frac{2}{3} A$  die Gleichung

$$R m g = A,$$

und aus der Gleichung (5), wenn man die Dichte des Gases bezüglich des Wasserstoffes  $\frac{s}{S}$  mit  $d$  bezeichnet, die weitere Gleichung

$$A = R d.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen erhält man für diese Dichte den Ausdruck

$$d = m g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

*Die Dichte der Gase in Bezug auf den Wasserstoff, dessen Molecülgewicht wir Eins setzen, wird also durch die bekannten auf den Wasserstoff bezogenen Molecülgewichte ausgedrückt.*

Aus der vorletzten Gleichung ergibt sich ferner noch die Relation

$$\frac{R}{A} = \frac{1}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

oder auch mit Rücksicht darauf, daß  $\frac{R}{A}$  gleich ist der Differenz der specifischen Wärme der Gewichtseinheit bei constantem Drucke und bei constantem Volumen, der Ausdruck

$$C - c = \frac{1}{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$



*Die Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes, bezogen auf die Gewichtseinheit und dividirt durch das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit ist also gleich dem reciproken Werthe der Dichte des Gases in Bezug auf den Wasserstoff.*

Die Differenz der specifischen Wärme der Gewichtseinheit bei constantem Drucke und constantem Volumen ist auch gleich dem reciproken Werthe der auf den Wasserstoff bezüglichen Dichte des Gases. Da die beiden ersten Theile der Gleichungen (8) und (9) in der Wärmetheorie bei Gasen so häufig vorkommen, so dürfte sich die Einführung der auf den Wasserstoff bezogenen Dichten der Gase empfehlen.

Es war Prof. Dr. G. Zeuner<sup>1)</sup>, der zuerst auf die in der Gleichung (8) enthaltene Relation hingewiesen hat. Es heisst an der citirten Stelle: „Es ist wohl nichts weiter, als ein merkwürdiger Zufall, daß sich der Werth von  $R$  für Wasserstoff fast gleich dem mechanischen Wärmeäquivalent 424 Meterkil. herausstellt. Man könnte leicht durch höchst unbedeutende Aenderung der Regnault'schen Zahlenwerthe die vollkommene Gleichheit herbeiführen; würde man dann noch die specifischen Gewichte aller Gasarten nicht auf Luft, sondern auf *Wasserstoff beziehen* (wie es mit den Atomgewichten geschieht), so würden die Formeln, auf die uns die weiteren Untersuchungen der Gasarten noch führen werden, sich außerordentlich vereinfachen“. Zeuner stellt daselbst auch die in der Gleichung (8) enthaltene Relation her, sagt aber zum Schlusse: „Ohne theoretischen Nachweis der Richtigkeit dieser Beziehung wäre aber die Benutzung dieser Relation, trotz ihrer großen Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen, nicht gerechtfertigt“. Nachdem ich nun im Vorhergehenden diesen gewünschten Nachweis mit Hilfe der Temperatur-

1) Zeuner, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, mit Anwendungen, insbesondere auf die Theorie der calorischen Maschinen und Dampfmaschinen. Zweite Auflage. 1865. S. 105.

Constante geliefert habe, steht wohl der Benutzung dieser Relation kein weiteres Hinderniß entgegen.

Um zur Bestimmung der Dichte der Gase in Bezug auf die atmosphärische Luft zu gelangen, substituirt man in der Gleichung (8) für die Dichte  $d$  den Quotienten  $\frac{s}{S}$  und hat sodann zunächst für das specifische Gewicht  $s$  des Gases den Ausdruck

$$s = \frac{AS}{R}.$$

Bezeichnet man mit  $\sigma$  das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft und mit  $D$  die Dichte des Gases bezüglich der atmosphärischen Luft, so hat man

$$D = \frac{A}{R} \cdot \frac{S}{\sigma}$$

und da zufolge der Gleichungen (7) und (8) die Relation besteht

$$\frac{A}{R} = mg. \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

so erhält man für die Dichte des Gases in Bezug auf die atmosphärische Luft den Ausdruck

$$D = mg \cdot \frac{S}{\sigma}, \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Durch diesen Ausdruck ist die Dichte irgend eines Gases zurückgeführt auf die Dichte  $\frac{S}{\sigma}$  des Wasserstoffes.

*Die Dichte eines permanenten Gases ist also gleich dem Producte aus seinem Moleculgewicht in die Dichte des Wasserstoffes, wenn das Moleculgewicht des Wasserstoffes und die Dichte der atmosphärischen Luft als Einheiten angenommen worden.* Nun hat aber die Dichte des Wasserstoffes in Bezug auf die Dichte der Luft nach Regnault den Werth  $\frac{S}{\sigma} = 0,06926$ , daher ist

$$D = 0,06926 mg \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Wäre die Dichte des Wasserstoffes bezüglich der Luft weniger genau bestimmt als die Dichte  $D_1$  irgend eines

anderen permanenten Gases, so kann der Coëfficient von  $mg$  auch aus dem genaueren Werthe der Dichte des anderen Gases gerechnet werden, denn bezeichnet man mit  $m_1g$  das Molecülgewicht des anderen Gases und berücksichtigt, daß bei gleicher Temperatur und bei gleichem Drucke in der Volumeinheit bei beiden Gasen die gleiche Anzahl Molecüle enthalten sind, so erhält man

$$D : D_1 = mg : m_1g$$

und es ist also

$$\frac{D}{mg} = \frac{D_1}{m_1g} = \text{Const.} \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Diese Constante ist der Coëfficient, mit welchem man das in Bezug auf das Molecülgewicht des Wasserstoffes ausgedrückte Molecülgewicht des Gases zu multipliciren hat, um die Dichte des Gases in Bezug auf atmosphärische Luft zu erhalten.

Sucht man den Werth des Quotienten  $\frac{D}{mg}$  der Reihe nach für die Gase, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff, indem man setzt

für Wasserstoff  $mg = 1$ ,  $D$  nach Regnault  $= 0,06926$

„ Sauerstoff „  $= 16$ , „ „ „  $= 1,10573$

Fresenius  $= 1,10832$

„ Stickstoff „  $= 14$ , „ „ „  $= 0,97137$ ,

so erhält man der Reihe nach die Werthe

für Wasserstoff  $\frac{D}{mg}$  nach Regnault  $= 0,06926$

„ Sauerstoff „ „ „  $= 0,06910$

Fresenius  $= 0,06927$

„ Stickstoff „ „ „  $= 0,06935$ .

Daraus ergibt sich mit Zuziehung der Regnault'schen Versuchsergebnisse für die gesuchte Constante der Mittelwerth  $= 0,06925$ , und mit Einbeziehung des Resultates der Dichte, die Fresenius für Sauerstoff setzt, der Mittelwerth  $0,06929$ .

Nach diesen beiden Mittelwerthen zu urtheilen, kann der Werth der Constanten von der oben für die Dichte des

Wasserstoffes bezüglich der Luft angesetzten Zahl 0,06926 nicht viel verschieden seyn. Vorausgesetzt der Werth dieser Constanten sey gleich 0,06926, so berechnen sich daraus nach der Gleichung (12) die in nachstehender Tabelle mit  $D$  bezeichneten Dichten, welchen die Beobachtungsergebnisse gegenübergestellt sind.

für Sauerstoff	$D = 1,10816$ , nach Regn.	$= 1,1056$	
			„ Fresen. $= 1,1083$
„ Stickstoff	„ $= 0,96964$ ,	„ Regn. $= 0,9714$	
„ Stickstoffoxydul	„ $= 1,52372$ ,	„ „ $= 1,5241$	
„ Wasserdampf	„ $= 0,62334$ ,	„ „ $= 0,6219$ .	

Die Uebereinstimmung der berechneten Werthe mit den Versuchsergebnissen ist groß genug, um die Anwendbarkeit unserer Formel zur Dichtenbestimmung der Gase darzuthun. Eigenthümlich erscheint es aber, daß die Abweichung des berechneten Werthes von der beobachteten Dichte nicht, wie man erwarten sollte, bei Wasserdampf am größten sich zeigt, sondern beim Sauerstoff. Daher spricht das Vorstehende dafür, daß die von Fresenius für die Dichte des Sauerstoffes gebrauchte Zahl richtiger sey, als die von Regnault beobachtete Dichte desselben.

b. Das Product der specifischen Wärme der Gase bei constantem Druck in das Moleculgewicht.

Wie ich in meiner citirten Abhandlung S. 312 Gl. (7) dargethan habe, ist die specifische Wärme des Gases bei constantem Druck eine Constante des Gases, welche ausgedrückt wird durch

$$C = c + \frac{R}{A},$$

worin  $C$  die specifische Wärme der Gewichtseinheit bei constantem Druck,  $c$  die specifische Wärme bei constantem Volumen,  $R$  die auf die Gewichtseinheit bezogene Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes und  $A$  das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit bedeutet. Daraus ergibt sich für das fragliche Product der Ausdruck

$$Cmg = cmg + \frac{Rmg}{A}.$$

Bezeichnet man mit  $\rho \frac{mu^2}{2}$  die neben der fortschreitenden Bewegung des Molecüls bestehende lebendige Kraft der „Bewegungen der Bestandtheile“, wenn  $\frac{mu^2}{2}$  die mittlere lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls bedeutet, so ist, wie in jener Abhandlung S. 314 Gl. (11) gezeigt wurde

$$\frac{cmg}{1 + \rho} = \text{Const.}$$

Wird diese Constante mit  $K$  bezeichnet und berücksichtigt, daß zufolge der Gleichung (10)  $Rmg = A$  ist, so ergibt sich

$$Cmg = K(1 + \rho) + 1 \quad . \quad . \quad (14)$$

*Das Product der specifischen Wärme bei constantem Druck in das Molecülgewicht des Gases ist also nur für jene Gase eine und dieselbe Gröfse, für welche der Coëfficient  $\rho$  den gleichen Werth hat.*

Mit Benutzung der in jener Abhandlung S. 315 für das Product  $cmg$  oder  $K(1 + \rho)$  gefundenen Werthe, ergeben sich für das Product  $Cmg$  die in nachfolgender Tabelle stehenden Gröfsen, und zwar für die Gase

Sauerstoff	$K(1 + \rho) = 2,4816,$	und	$Cmg = 3,4816$
Stickstoff	$= 2,4178,$	„	$= 3,4178$
Wasserstoff	$= 2,4110,$	„	$= 3,4110$
Stickstoffoxydul	$= 3,9820,$	„	$= 4,9820.$

Durch die beiden für die Produkte  $cmg$  und  $Cmg$  abgeleiteten Gleichungen erscheint also die Frage über die Gültigkeit des Dulong-Petit'schen Gesetzes für Gase erledigt. Es kann sich nur noch darum handeln, zu entscheiden, ob der Coëfficient  $(1 + \rho)$  im Sinne des Gesetzes von L. Boltzmann der Anzahl der Atome des Molecüls gleich sey oder nicht. Nach diesem Gesetze müßten diese Producte für Gase, deren Molecüle die gleiche Anzahl Atome haben, einander gleich seyn; während eine wesentliche Abweichung derselben von einander als ein Zeichen

anzusehen wäre, daß der Verhältnißfactor  $\rho$  nicht nur von der Anzahl der Atome des Molecüls, sondern auch noch von der materiellen Beschaffenheit der Atome abhängt.

c. Die Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes.

Aus der Gleichung (10) ergibt sich für diese Constante der Ausdruck

$$R = \frac{A}{mg}.$$

*Die auf das Kilogramm als Gewichtseinheit bezogene Constante des Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetzes ist also gleich dem mechanischen Aequivalente der Wärmeeinheit dividirt durch das auf den Wasserstoff bezogene Molecülgewicht des Gases.*

In nachstehender Tabelle sind die nach diesem Gesetze berechneten Werthe mit  $R$  bezeichnet, während zur Vergleichung mit der Erfahrung diesen gegenüber die Versuchsergebnisse von Regnault angeführt sind; und zwar

für Wasserstoff	$R = 424,$	nach Reg. = 422,612
„ Sauerstoff	$= 26,412,$	„ „ = 26,475
„ Stickstoff	$= 30,190,$	„ „ = 30,134
„ Stickstoffoxydul	$= 19,273.$	

d. Die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der einzelnen Molecüle des Gases.

Wird der Werth der Temperatur-Constante  $h$  aus der Gleichung (3) in die Gleichung (1) substituirt, so ergibt sich

$$AT = \frac{2}{3} \cdot \frac{mu^2}{2},$$

und daraus für die mittlere Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung der einzelnen Gasmolecüle

$$u = \sqrt{\frac{3ATg}{mg}} \dots \dots (15)$$

Bezieht man die Geschwindigkeit des Molecüls auf den Gefrierpunkt des Wassers  $T_0 = 273^\circ \text{C.}$ , bezeichnet sie mit  $u_0$ , und setzt die Acceleration der Schwere  $g = 9,80896$ ,

das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit aber  $A = 424$  Kilogramm-Meter, so erhält man für die mittlere Geschwindigkeit eines Gasmoleculs, dessen Moleculgewicht bezüglich des Wasserstoffes  $mg$  ist, den Ausdruck

$$u_0 = \frac{1845,6^m}{\sqrt{mg}} \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Die nach dieser Formel berechneten Geschwindigkeiten der Gasmoleculs sind in nachstehender Tabelle mit  $u_0$  bezeichnet; diesen gegenüber sind zur Vergleichung die von Clausius <sup>1)</sup> aus anderen Versuchsdaten berechneten Werthe derselben angeführt, wie folgt:

für Wasserstoff	$u_0 = 1845,6^m$ ,	nach Clausius	$= 1844^m$
„ Sauerstoff	$= 461,4^m$ ,	„	$= 461^m$
„ Stickstoff	$= 493,3^m$ ,	„	$= 492^m$

e. Das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit.

Zum Schlusse will ich noch untersuchen, welche GröÙe sich für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit aus der Gleichung (15) ergibt, wenn man voraussetzt, daß die vorangegangenen Bestimmungen bezüglich der Temperatur-Constante richtig sind.

Clausius hat in seiner citirten Abhandlung „über die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen“ auf ganz anderen Wegen für die Geschwindigkeit der einzelnen Gasmoleculs den Ausdruck gefunden

$$u = 485^m \sqrt{\frac{T}{273 \varrho}},$$

wo unter  $\varrho$  die Dichte des Gases, in Bezug auf die atmosphärische Luft verstanden ist. Reducirt man diesen Ausdruck auf den Gefrierpunkt des Wassers, indem man  $T_0 = 273$  anstatt  $T$  und für  $u$  den Werth  $u_0$  einsetzt, so erhält man

$$u_0 = \frac{485^m}{\sqrt{\varrho}},$$

1) Clausius, „Abhandlungen“ XIV S. 256; Poggendorff's Annal. 1857. Bd. C, S. 353.



und bezieht man auch die Gleichung (15) auf den Gefrierpunkt des Wassers, so ist auch

$$u_0 = \sqrt{\frac{3AT_0g}{mg}}.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen erhält man zur Berechnung des mechanischen Aequivalentes der Wärmeinheit den Ausdruck

$$A = \frac{485^2 \cdot mg}{3\varrho T_0 g} \dots (17)$$

Dieser Ausdruck kann noch dadurch vereinfacht werden, daß man anstatt der GröÙe  $\varrho$ , welche die Gasdichte bezüglich der Luft angibt, den in der Gleichung (12) dafür gefundenen Werth 0,06926 mg setzt. Man erhält dadurch

$$A = \frac{485^2}{0.20778 T_0 g},$$

daher

$$A = 423.22 \text{ Kilogramm-Meter.}$$

Die durchgängige Uebereinstimmung der in den vorstehenden Anwendungen der Temperatur-Constante berechneten Werthe so verschiedenartiger GröÙen mit den Versuchsergebnissen dürfte wohl hinreichend seyn, um für die Richtigkeit meiner die Temperatur-Constante betreffenden Bestimmungen die gewünschte Bestätigung zu geben.

### VIII. Einige Beobachtungsweisen der Luftschwingungen; von Jos. Janouschek.

#### 1.

Es sollen hier einige zwar sehr nahe liegende, aber so viel ich weiß doch noch nicht angewandte Mittel zur Beobachtung der Luftschwingungen besprochen werden. Die betreffenden Versuche wurden im Prager physikalischen Institut auf Anregung des Hrn. Prof. E. Mach ausgeführt.

Eine 4 füssige Labialorgelpfeife war im Knoten des Grundtones quer durchschnitten. Durch diese Knotenfläche war eine leichte Membran gelegt und die Pfeife alsdann wieder schalldicht zusammengefügt worden. Eine solche Membran hindert das Tönen der Pfeife nicht, vernichtet aber den Luftzug, der sonst vom Mundloch der Pfeife aus durch dieselbe hindurchgeht. Diese Pfeife lag mit ihrer Längenrichtung horizontal und war mit verticalen Glaswänden versehen. Auf die obere hölzerne Seitenwand der Pfeife war im Innern etwas Kieselsäurestaub aufgeschüttet worden, welcher daselbst haften blieb. Kam die Pfeife zum Tönen, so fiel der Kieselsäurestaub von der oberen Wand in das Innere herab, was man noch durch einen Schlag auf die Pfeife beschleunigen konnte und blieb in der Luft der Pfeife schweben. Diese hellen Kieselsäurestäubchen, welche bei Beleuchtung mit Sonnenlicht als glänzende Punkte erschienen, wurden beim Tönen in feine helle der Pfeifenaxe parallele Linien ausgezogen. Die Linien waren am längsten am offenen Ende der Pfeife und nahmen gegen die Mitte zu stetig an Länge ab. Faßte man ein Stück Spiegel mit beiden Händen und drehte dasselbe mit den Fingern um eine der Pfeifenaxe parallele Axe, so wurde jedes Stäubchen sofort in eine schöne Wellenlinie ausgezogen. Dieses einfache Mittel eignet sich vorzüglich zur Demonstration der Luftschwingungen. Hr. Prof. Mach hat früher auch Rauchflocken von Salmiak, die in bekannter Weise erzeugt werden, in die Pfeife gebracht. Man sieht auch an diesen die Verbreiterung beim Tönen sehr schön. Zum Curvenziehen eignen sich aber diese Flocken, ihrer schwachen Begrenzung wegen, nicht.

## 2.

Man denke sich eine vierkantige hohle abgestutzte Holzpyramide von etwa 4<sup>cm</sup> Basisfläche und 2<sup>cm</sup> Höhe. Die Basis wird mit einer Membran geschlossen, in die Oeffnung des abgestutzten Endes aber eine Glasröhre eingekittet und an letztere ein Kautschukrohr gesteckt. Führt

man das freie Ende des Kautschukrohrs in das Innere einer tönenden Pfeife, so beginnt die Membran sofort lebhaft zu schwingen. Nun lege man auf die Basis der Pyramide noch ein leichtes Spiegelchen (ein versilbertes Mikroskop-Deckglas), dessen Rand man an die eine Basisseite mit dünnem Papier anklebt, während man die Mitte durch ein untergelegtes Holzsplitterchen und etwas Leim mit der Mitte der Membran verbindet. Das Spiegelchen dreht sich beim Tönen um den festgeklebten Rand und zieht alle hellen Punkte senkrecht zu diesem Rande in helle Linien aus. Dreht man die Kapsel sammt dem Spiegelchen zugleich um eine zweite zur Schwingungsaxe senkrechte Axe, so werden alle hellen Punkte zu schönen Wellencurven. Man kann das ganze Verfahren beibehalten, nur daß man von der kleinen Oeffnung eines Fensterladens Sonnenlicht auf den Spiegel fallen läßt und vor diesen noch eine Linse setzt, welche durch das reflektirte Licht ein scharfes reelles Bild der Fensterladenöffnung auf einem Schirm entwirft. Dann erhält man alle Erscheinungen objectiv.

Läßt man dieselbe Membran- oder Spiegelkapsel mit zwei Pfeifen communiciren, so zeigen sich auf die schönste Weise die Combinationen von harmonischen und unharmonischen Tönen, die Schwebungen usw. Ebenso leicht erhält man Lissajous'sche Figuren, wenn man zwei verschiedene Pfeifen mit zwei verschiedenen Spiegelkapseln verbindet, deren Schwingungsaxen zu einander senkrecht stehen und wenn man das vom ersten Spiegel reflektirte Licht nochmals vom zweiten reflektiren läßt. Dies Demonstrationsmittel ist nicht nur sehr bequem, sondern kann auch mit geringer Mühe und kostenfrei von jedem Experimentator hergestellt werden.

### 3.

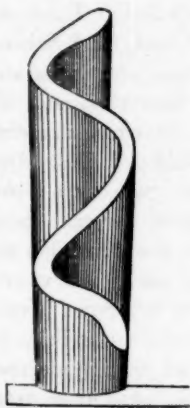
Statt einen Spiegel an die Membrankapsel zu setzen, kann man ein Stückchen steifes Kartenpapier in ganz gleicher Weise befestigen, an welches man noch eine

Borste klebt. Mit letzterer kann man sofort auf der Phonographentrommel schreiben und erhält auf diese Weise sehr hübsche Curven. Leider sind bei diesen und bei den vorigen Experimenten die Eigenheiten der Membrane nicht gut zu eliminiren, so daß sich diese Hilfsmittel mehr zur Demonstration als zum Studium eignen.

Ich konnte nur selten zwei Membrankapseln herstellen, welche gleich schrieben. Könnte man mehrere gleiche Kapseln anfertigen, so ließen sich ebensoviele gleichzeitige Phonautogramme von verschiedenen Stellen der Pfeife erhalten und man würde damit ein unmittelbares Bild des Schwingungsvorganges gewinnen. Vortheilhaft ist es, an der Membrankapsel einen Draht anzubringen, durch welchen man den Spiegel andrücken und die Membran spannen kann.

## 4.

Endlich sey hier eine hübsche Combination der erwähnten Spiegelkapsel mit den tönenden Flammen erwähnt. Man versorge die Spiegelkapsel und die Flamme durch dieselbe Pfeife mit Schall. Sehr instructiv ist der Anblick einer König'schen Flamme im schwingenden Spiegel, wenn man die Schwingungsaxe des Spiegels parallel zur Flamme stellt. Die Flammentheile steigen aufwärts, während sie durch den Spiegel horizontal hin- und hergeführt werden, wodurch man einen Einblick in den Verlauf des Processes bekommt. Die Flamme sieht aus wie das spiralförmig eingerollte Blatt einer Schwertlilie mit dickerem helleren Rand. Man sieht hieraus, daß ein leuchtender Gasklumpen in der König'schen Flamme aufwärts steigt, der sich allmählig verzehrt; diesem folgt periodisch und regelmäßig



ein zweiter, dritter usw. Dafs der Vorgang wirklich dieser ist, davon kann man sich bekanntlich auch durch das stroboskopische Verfahren überzeugen.

---

**IX. Einige Bemerkungen zu dem Aufsatz von  
E. Budde über den Leidenfrost'schen Tropfen;  
von Dr. Berger.**

---

Im 142. Bd. S. 158 u. f. dieser Annalen hat E. Budde einen interessanten Versuch mitgetheilt, der eine Frage, über welche, wie ich glaube, durch meine Versuche (d. Ann. Bd. 119, S. 594) vollständig entschieden ist, auf einem ganz andern Wege beantwortet.

Wenn aber Hr. Budde in Beziehung auf die Entstehung der Sternform sich meiner Erklärung anschliesst, so ist es meines Erachtens für ihn nicht zulässig, die Wellen, welche die Oberfläche des Tropfens kräuseln, durch den seitlich entweichenden Dampf zu erklären, wie dies schon früher geschehen ist. Die Sternform geht aus der Wellenform hervor und ist die vollständige Entwicklung derselben. Soll der Dampf die Unter- und Seitenflächen des Tropfens wie der Violinbogen eine Saite anstreichen und dadurch jene Wellen hervorbringen, so müßten doch wohl die Seitenflächen dieselben *zunächst* haben. In der Regel aber ist dies nicht der Fall. Die Oberfläche ist gekräuselt, während die Seiten ein vollständig glattes und glänzendes Aussehen haben. Sehr häufig bilden diese Wellen sich gegen den Rand hin zu feinen und stärker gezackten Zähnchen aus, ohne weiter an den Rand und in denselben herab zu dringen. Wenn sie jedoch weiter herabdringen, so entsteht die ausgebildete Sternform von der Oberfläche aus, was jener Annahme entgegen steht und sie unhaltbar macht. Auf einer sehr eingetieften Schale kann man die Sternform sehr leicht

erhalten, auch dann wenn sie fein und vielfältig durchlöchert ist, so daß der Dampf allseitig entweicht.

Die Ursache der eigentlichen Sternform sowohl als dieser Wellen auf der Oberfläche ist nach meiner Ueberzeugung ein und dieselbe: die Strömungen im Innern des Sphäroids. Und diese werden in erster Linie veranlaßt durch die Temperaturdifferenz zwischen den unteren und oberen Theilen desselben, wie ich in meiner Abhandlung nachgewiesen habe. Der Dampf spielt dabei nur eine secundäre Rolle. Indem er die Leitung der Wärme von der Unterlage zum Tropfen sehr verlangsamt, werden diejenigen Theile der Unterfläche des letzteren, an welchen die Dampfschicht auf irgend eine Weise verringert wird, der heißen Unterlage sich nähern, stärker erwärmt werden und emporströmen, kältere Theile werden dafür niedersinken. Je mehr derartige Stellen vorhanden und je stärker die Unterschiede ausgebildet sind, desto manichfaltiger und energischer wird das Spiel der Auf- und Abströmungen, desto leichter geht die Wellenform in die Sternform über, desto leichter wird die Gleichmäßigkeit der Spannung, welche an den Seiten des Tropfens herrscht, überwältigt. Mehrfache Methoden, die Bedingungen herbeizuführen, habe ich in meiner Abhandlung (IX) aufgeführt. Eine derselben ist auch von Budde angegeben. (nicht glatte kupferne Schale.)

An einer größern Quecksilbermasse kann man dieselben Erscheinungen — erst Wellen auf der Oberfläche, dann Sternform — dadurch hervorbringen, daß man regelmäsig mit einem Stab in dieselbe hineinstößt.

Ist der Vorgang bei dem Sphäroid einmal eingeleitet, ist die Unterfläche desselben einmal zu einer mehr oder weniger energischen Wellenbildung gebracht, so wird diese selbstverständlich leicht fortdauern.

Der durch das Sphäroid entweichende Dampf kann auch eine Art von Sternform veranlassen, welche aber durch Schlaffheit in Auszackung und Bewegung sich sehr wesentlich von der eigentlichen Sternform unterscheidet.

In sehr grossen Sphäroiden (von 1 Pfd. Wasser u. mehr) sieht man die Blasen des spärlich sich entwickelnden Dampfes langsam aus der Mitte emporsteigen, während zahlreiche Zacken am Rande und zahlreiche Wellen-Berge und Thäler auf der Oberfläche, offenbar unabhängig von jenen Blasen, im lebhaftesten Wechsel begriffen sind.

Es ist, ganz abgesehen von den angeführten Thatsachen, nicht leicht erfindlich, wie Dampf von zwar hoher Temperatur, aber nachgewiesenermaßen sehr geringer Spannkraft jene Wirkung hervorbringen sollte.

#### X. *Zu der Abhandlung von R. Colley über das Leidenfrost'sche Phänomen; von Dr. Berger.*

R. Colley hat im 143. Bd. d. Ann. S. 125 u. f. eine sehr fleissige Arbeit über das Leidenfrost'sche Phänomen veröffentlicht, in welcher gleichwohl das Richtige nicht neu und das Neue nicht richtig zu seyn scheint.

Richtig ist, daß die Temperatur des Sphäroids nicht constant ist. Aber dasselbe habe ich schon im 119. Bd. derselben Ann., Boutigny gegenüber, durch zahlreiche Versuche nachgewiesen.

Nach Colley wächst die Temperatur des Sphäroids hauptsächlich mit der der Schale und mit seiner Grösse. Der Einfluß der ersten Ursache ist nach ihm gering, für grössere Tropfen sogar zweifelhaft, der der letzteren ist bedeutend. Aus meinen Untersuchungen ergibt sich, daß jene Temperatur abhängig ist: 1) zwar nicht von der Temperatur der Schale, wohl aber von der Quantität der derselben zugeführten Wärme, 2) von der Grösse des Sphäroids, 3) von der Temperatur des zur Darstellung



verwendeten Wassers und der Zeit, wann es in Bezug auf Temperaturmessung zugegossen wurde.

Was den dritten Punkt anlangt, so wird durch Zugießen von niedriger oder höher temperirtem Wasser die Temperatur des Tropfens augenblicklich erniedrigt oder erhöht, steigt oder sinkt aber alsbald wieder, jedoch in der Regel nicht mehr so hoch oder so tief als sie vorher war. Colley hat zwar zur Darstellung nur Wasser von 70 bis 80° verwandt, allein da er die Zeit des Ein- und Zugießens nicht beachtet, so kann seinen Zahlen die Genauigkeit nicht zugemessen werden, welche er für dieselben zu beanspruchen scheint.

In Bezug auf die Temperatur der Schale ist Folgendes zu bemerken. Wie meine Versuche gezeigt haben, nimmt die Temperatur des Tropfens von außen nach innen ab. Am Boden ist sie im allgemeinen am höchsten, weniger hoch an den Seiten, niedriger an der Oberfläche, am niedrigsten unterhalb derselben, im Innern des Tropfens. (An den Seiten wird sie, nebenbei bemerkt, um so höher, je mehr die Seiten der Schale gleichmäßig mit dem Boden geheizt werden, und auch auf diesen Punkt ist Rücksicht zu nehmen, wenn man den Zahlen absolute Gültigkeit zu-messen will.)

Aber gerade der innere Kern des Tropfens ist von der Quantität der der Schale zugeführten Wärme in hohem Grade abhängig und mit der Zu- und Abnahme der letzteren nimmt die Temperatur des ersteren in beträchtlichen Schwankungen zu und ab, während an den Unter- und Seitenflächen diese Schwankungen sehr gering sind. Je mehr Wärme also der Schale zugeführt wird, desto mehr giebt sie an das Innere des Sphäroids ab, und da auch für die reichlichere Bildung des Dampfes und zur Erhöhung seiner Temperatur mehr Wärme verbraucht wird, so muß die Schale verhältnißmäßig um so mehr Wärme abgeben, je größer das Sphäroid ist, ein je größerer Theil ihrer Innenfläche von demselben bedeckt wird. So wird also am Ende des Versuchs die Temperatur der Schale

um so weniger, die des Tropfens um so mehr im Verhältniß zur zugeführten Wärme gewachsen seyn, je größer der letztere ist. Beide sind abhängig von der Quantität der zugeführten Wärme und es ist falsch und verwirrend, wenn man, wie Colley gethan, die eine der beiden Wirkungen als Ursache der andern betrachtet.

Mit dieser Betrachtung erledigt sich auch der zweite Punkt, das Wachsen der Temperatur mit der Gröfse des Tropfens. Von zwei Tropfen, deren Schalen etwa gleiche Temperatur haben, hat der größere die höhere Temperatur, findet Colley. Das ist jedenfalls richtig; denn da die Schale trotz des größeren Tropfens doch dieselbe Temperatur behalten hat, so mußte eine größere Wärmequantität zugeführt worden seyn. Falsch aber ist der Schluß: also ist das größere Volum Ursache der höhern Temperatur. Von zwei Tropfen, deren Schalen gleiche Wärmequantitäten zugeführt werden, hat der größere die niedrigere Temperatur. Was mit der Gröfse des Sphäroids zunimmt, das ist nicht die Temperatur, sondern es sind die Temperaturschwankungen im Verhältniß zur zugeführten Wärme.

Colley glaubt das Wachsen der Temperatur mit der Gröfse des Sphäroids schon a priori beweisen zu können: da das Volum desselben stärker wächst als seine Oberfläche, also auch als seine Oberflächenverdampfung, so muß dasselbe bei größerem Volum wärmer seyn. — Dabei scheint mir Verschiedenes außer Acht gelassen: 1) dem Sphäroid wird die Wärme doch nur durch seine Oberfläche zugeführt. Warum sollte nun dieselbe verhältnißmäßige Verminderung der Oberfläche einerseits eine Verminderung der Verdampfung, andererseits aber eine Vermehrung der Wärmezuleitung zur Folge haben? 2) die Wärme gelangt aber nicht von der Schale unmittelbar zum Sphäroid, sondern zuerst zu der sich von derselben loslösenden Dampfschicht und durch diese zu seiner Oberfläche. Sie wird also zuerst dem Dampf und dann erst

dem Tropfen zu gute kommen. Und letzteres muß sehr langsam gehen, da der Weg der Wärme dem des sie zuleitenden, von dem Tropfen sich schichtenweise ablösenden Dampfes entgegengesetzt ist. Man würde also, wenn es in Anbetracht der Nichtzunahme der Spannung nicht zu gewagt erschiene, a priori zunächst auf eine Erhöhung der Temperatur des Dampfes statt des Tropfens schließen. So gewagt jedoch dieser Schluß erscheint, so wird er nichtsdestoweniger durch den Versuch gerechtfertigt (vergl. meine Abh. VII. c.). Diese Thatsache dürfte von verschiedenen Herren Physikern bis jetzt nicht genügend gewürdigt worden seyn.

Colley giebt einen zweiten physikalischen Grund für die Behauptung, daß ein größeres Sphäroid wärmer seyn müsse: bei einem kleinern Tropfen könne nämlich der an der Unterfläche sich bildende Dampf leichter entweichen, es begünstigte folglich das kleine Volum die Verdampfung. Wenn sich aber eine größere Dampfschicht unter einem größeren Sphäroid ansammelt, so wird dadurch die Zuleitung der Wärme noch mehr erschwert und es ist dieser Umstand wohl ebenso gut als Grund für eine niedrigere Temperatur anzunehmen.

Colley hat, gestützt auf die Ansicht, daß die Temperatur des Sphäroids mit seiner Größe zunehme, untersucht, ob in einem Tropfen von 30 bis 40 Gramm eine Ueberhitzung stattfindet. Ich habe in den erwähnten Aufsatz schon gezeigt, daß selbst in einem solchen von 500 bis 600 Gramm unter gewöhnlichen Umständen diese Ueberhitzung nicht eintritt, daß man sie aber sehr leicht herbeiführen kann, indem man die Schale leicht verdeckt. Eine Dampfbildung im Innern des Tropfens findet aber auch in diesem Falle nicht statt, da die zu derselben notwendige latente Wärme fehlt. Die Wärme, welche latent werden kann, muß es schon an der Oberfläche werden und kann wohl nicht in das Innere gelangen. Eine Dampfblasenbildung im Innern tritt auch dann nicht ein, wenn

man ganz kaltes Wasser zur Darstellung des Tropfens verwendet, was wohl gegen die von Colley S. 139 und 140 gegebenen Gründe spricht.

# XI. Nachträglicher Zusatz zu der Abhandlung über die Aberration<sup>1)</sup>; von E. Ketteler.

Die neuerdings von Mascart (*Ann. de l'École Norm. No. 3 et 4*, 1872) constatirte Unveränderlichkeit der Interferenzstreifen einer parallel zur Axe geschnittenen Krystallplatte im polarisirten (irdischen oder Sonnen-) Licht läßt sich in doppelter Weise ableiten. Man geht entweder von der absoluten Geschwindigkeit der einzelnen Erschütterung aus, oder man berücksichtigt die Länge der inneren Wellen. Ich will zunächst den ersteren Weg einschlagen und mich überhaupt darauf beschränken, daß die Richtung des normal einfallenden Lichtes mit der Bewegungsrichtung der Erde zusammenfällt. Heißt dann  $L$  die wirkliche (zu unterscheiden von den beiden scheinbaren) Dicke der Krystallplatte, und bezeichnet man die Zeitdifferenz, um die der ordinäre Strahl dem extraordinären vorseilt, mit  $\Delta$ , so hat man:

$$\Delta = \frac{L \left(1 + \frac{g}{\omega_1}\right)}{\omega_1 + g k_1} - \frac{L \left(1 + \frac{g}{\omega_2}\right)}{\omega_2 + g k_2} - \frac{L \left(\frac{g}{\omega_1} - \frac{g}{\omega_2}\right)}{v}.$$

Ist noch  $T$  die Schwingungsdauer der angewandten terrestrischen oder festen (Fixstern-) Lichtquelle, so hat man für die erstere:

$$\Delta = m T \left(1 - \frac{g}{v}\right), \text{ und schliesslich: } L(n_1 - n_2) = m \cdot v \cdot T$$

und für die zweite:

$$\Delta = m T, \text{ folglich: } L(n_1 - n_2) \left(1 - \frac{g}{v}\right) = m \cdot v \cdot T.$$

1) In diesem Hefte S. 404.

Was sodann den anderen Weg, nämlich die Berücksichtigung der inneren Wellen, betrifft, so zeigte ich §. 28., daß für Fixsternlicht:

$$\lambda_i = \lambda' \left(1 + \frac{g}{v} \frac{n-1}{n}\right) = v' T \left(1 + \frac{g}{v} \frac{n-1}{n}\right)$$

ist. Bei Anwendung von irdischem Licht dagegen hat man zunächst für einen zwischen Lichtquelle und Mittel gelegenen Punkt des ruhenden Aethers:

$T_1 = T \left(1 - \frac{g}{v}\right)$  und darum:  $\lambda_i = v' T_1 \left(1 + \frac{g}{v} \frac{n-1}{n}\right)$ ,  
folglich:

$$\lambda_i = \lambda' \left(1 + \frac{g}{v} \frac{1}{n}\right).$$

Auf jeden Fall kommen die genannten Wellenlängen dem ganzen Innern des Mittels, also ebensowohl den transferirten als den nicht transferirten Theilchen desselben zu. Es entspricht also einer Länge  $L$  des Mittels eine Anzahl von Wellenlängen, die gleich ist resp.  $\frac{L}{(\lambda)_1}$  und  $\frac{L}{(\lambda)_2}$ .

So kommt zunächst für irdisches Licht:

$$\frac{L}{\lambda} \left( \frac{n_1}{1 + \frac{g}{v} \frac{1}{n_1}} - \frac{n_2}{1 + \frac{g}{v} \frac{1}{n_2}} \right) = m$$

oder

$$L(n_1 - n_2) = m\lambda = m \cdot v \cdot T.$$

Und für Fixsternlicht:

$$\frac{L}{\lambda} \left( \frac{n_1}{1 + \frac{g}{v} \frac{n_1-1}{n_1}} - \frac{n_2}{1 + \frac{g}{v} \frac{n_2-1}{n_2}} \right) = m$$

oder:

$$L(n_1 - n_2) \left(1 - \frac{g}{v}\right) = m\lambda$$

Hr. Mascart dagegen deutet das von ihm angestellte Experiment als in Widerspruch stehend mit der Fresnel'schen Formel. *Im Uebrigen giebt derselbe in der angezogenen Arbeit eine Anzahl von Rechnungen und Sätzen, die ich bereits nicht bloß mehrere Monate früher, sondern auch sehr viel allgemeiner in diesen Annalen (Bd. 144) veröffentlicht habe.*

## XII. *Meteorsteinfall im Departement Loire-et-Cher.*

Am 13. Juli dieses Jahres, zwischen 5 und 6 Uhr Nachmittags, sind bei heiterem Himmel und unter einer heftigen Detonation zwei Meteorsteine im Dep. Loire-et-Cher niedergefallen, der eine, grössere, 47 Kilogramm schwer in der Gemeinde Loncé, nordöstlich von der Stadt Tours, der andere, nur 250 Grm. wiegend, in der benachbarten Gemeinde Autthon.

Hr. Daubrée hat diese Steine analysirt und für ihre Zusammensetzung gefunden

Eisen, legirt mit Nickel und Kobalt . . . . .	7,81	
Eisen und andere Metalle verbunden mit Schwefel . . . . .	9,09	} 14,28
Verbundener Schwefel . . . . .	5,19	
Kieselerde . . . . .	17,24	} 42,41 <sup>1)</sup>
Magnesia . . . . .	13,86	
Eisenoxydul . . . . .	11,33	
Manganoxydul . . . . .	0,05	
Unlöslicher Theil . . . . .	33,44	
Chlornatrium . . . . .	0,12	
Hygrometr. Wasser . . . . .	1,24	
	99,31.	

Das specifische Gewicht der Substanz war 3,80.

(*Compt. rend. T. LXXV, p. 273, 308 et 465.*)

1) Angreifbare Silicate oder Peridot.